13. Kvadratické rovnice – 2 body

13.1. Rovnice $x^2 + 2x + 2 - m = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny, které jsou oba menší než tři, právě tehdy, když

a) $m \in (1, 17)$, b) $m = 2$, c) $m = 2 \vee m = 5$,
d) $m \in \langle 2, 5\rangle$, e) $m > 1$.

13.2. Rovnice $x^2 + (1 - a)x + 4 - a = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné nenulové kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\infty, -5) \cup (3, 4) \cup (4, \infty)$, b) $a \neq 0$,
c) $a \neq 4$, d) $a \in (-\infty, -5) \cup (3, \infty)$,
e) $(4, \infty)$.

13.3. Rovnice $x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ (s neznámou x) má dva různé záporné kořeny právě tehdy, když

a) $m > 1$, b) $m = 2$, c) $m = 2 \vee m = 3$,
d) $m \in (1, 2\rangle$, e) $m \neq 0$.

13.4. Jestliže jedním kořenem rovnice $x^2 - m^2x - m + 1 = 0$ (s neznámou x) je číslo $x_1 = 1$, pak pro její druhý kořen x_2 platí

a) $x_2 = 0 \vee x_2 = 3$, b) $x_2 = 0$, c) $x_2 = 1$,
d) $x_2 = 0 \vee x_2 = 1$, e) $x_2 = -1$.

13.5. Rovnice $x^2 + (2m + 4)x + m - 1 = 0$ (s neznámou x)

a) má dva různé reálné kořeny pro všechna $m \in \mathsf{R}$,
b) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když $m = 0$,
c) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když $m = -1 \vee m = 0 \vee m = 1$,
d) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když $m \in \langle -1, 1\rangle$,
e) nemá dva různé reálné kořeny pro žádné $m \in \mathsf{R}$.

13.6. Rovnice $(a - 1)x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\infty, 1) \cup (9, \infty)$, b) $a \neq 1$, c) $a \in (-\infty, -1)$,
d) $a = -2 \vee a = 10$, e) $a = 0$.

13.7. Rovnice $x^2 - 2ax + a^2 - 3 = 0$ (s neznámou x) má dva různé kladné kořeny právě tehdy, když

a) $a > \sqrt{3}$, b) $a \neq 0$, c) $a = 2$,
d) $a = 2 \vee a = 3$, e) $a \in \mathsf{R}$.

13.8. Rovnice $x^2 + (a + 3)x + 2a + 1 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in \mathsf{R}$, b) $a \neq -\frac{1}{2}$, c) $a = -\frac{1}{2} \vee a = -3$,
d) $a \neq -3$, e) $a \leqq 0$.

13.9. Rovnice $x^2 + 2ax + a^2 - 8 = 0$ (s neznámou x) má dva různé záporné kořeny právě tehdy, když

a) $a > 2\sqrt{2}$, b) $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$, c) $a = 4 \vee a = 5$,
d) $2\sqrt{2} < a < 5$, e) $a > 4$.

13.10. Rovnice $x^2 + (p-1)x + 4 - p = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $p \in (-5,\, 3)$, b) $p = 1$, c) $p \neq 4$, d) $p \in \langle 0,\, 3)$, e) $p \in \langle 1,\, 3)$.

13.11. Rovnice $x^2 + (a+3)x + 1 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-5,\, -1)$, b) $a \in (-3,\, -1)$,
c) $a \neq -3$, d) $a \in (-5,\, -3)$,
e) $a \in (-5,\, -3) \cup (-3,\, -1)$.

13.12. Rovnice $x^2 + x + a = 0$ (s neznámou x) má dva různé záporné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (0,\, \frac{1}{4})$, b) $a \neq 0$, c) $a > 0$, d) $a \in (0,\, \frac{1}{8})$, e) $a \in (-1,\, 0)$.

13.13. Rovnice $x^2 + ax + a + 1 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (2 - 2\sqrt{2},\, 2 + 2\sqrt{2})$, b) $a \in (-1,\, 1\rangle$, c) $a \neq -1$,
d) $a \in \langle 0,\, 2 + 2\sqrt{2})$, e) $a = 0$.

13.14. Rovnice $x^2 + x + m^2 + 4m - 5 = 0$ (s neznámou x) má nulový kořen právě tehdy, když

a) $m = 1 \vee m = -5$, b) $m = \frac{5}{4}$, c) $m = 0 \vee m = 1$,
d) $m = -\sqrt{5} \vee m = \sqrt{5}$, e) $m = -4$.

13.15. Rovnice $2x^2 + ax + a^2 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\infty,\, 0) \cup (0,\, \infty)$, b) $a \in \mathsf{R}$, c) $a \neq -\sqrt{2} \wedge a \neq \sqrt{2}$,
d) $a \neq -7$, e) $a \neq -2 \wedge a \neq 2$.

13.16. Rovnice $4x^2 - 12x + 9m^2 - 12m + 4 = 0$ (s neznámou x) má nulový kořen právě tehdy, když

a) $m = \frac{2}{3}$, b) $m = \frac{1}{3}$, c) $m = 0$,
d) $m = \frac{1}{2} \vee m = 1$, e) $m = -\frac{2}{3} \vee m = \frac{2}{3}$.

13.17. Rovnice $3x^2 - x + 3m^2 - m - 4 = 0$ (s neznámou x) má nulový kořen právě tehdy, když

a) $m = -1 \vee m = \frac{4}{3}$, b) $m = -1 \vee m = 0$, c) $m = 1 \vee m = 0$,
d) $m = 1$, e) $m = 0$.

13.18. Rovnice $3x^2 + a^2 + a + 1 = 0$ (s neznámou x)

a) má ryze imaginární kořeny pro všechna $a \in \mathsf{R}$,
b) nemá ryze imaginární kořeny pro žádné $a \in \mathsf{R}$,
c) má ryze imaginární kořeny právě tehdy, když $a \neq -1$,
d) má ryze imaginární kořeny právě tehdy, když $a \neq 0$,
e) má ryze imaginární kořeny právě tehdy, když $a \neq -1 \wedge a \neq 1$.

13.19. Rovnice $ax^2 + (2a+1)x + 1 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \neq 0$, b) $a = -\frac{1}{2}$, c) $a > 0$,
d) $a \neq -\frac{1}{4} \wedge a \neq \frac{1}{4}$, e) $a \neq -\frac{1}{2}$.

13.20. Rovnice $(a+1)x^2 + ax + 1 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (2 - 2\sqrt{2},\ 2 + 2\sqrt{2})$, b) $a \in (-1,\ 2 + 2\sqrt{2})$,
c) $a \neq -1$, d) $a \neq 0$,
e) $a \in (-1,\ 0) \cup (0,\ 2 + 2\sqrt{2})$.

13.21. Rovnice $cx^2 + (2c-1)x + c + 1 = 0$ (s neznámou x) nemá žádný reálný kořen právě tehdy, když

a) $c > \frac{1}{8}$, b) $c \neq -1$, c) $c > 0$, d) $c \neq 0$, e) $c > \frac{1}{2}$.

13.22. Rovnice $ax^2 + ax + 5 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\infty,\ 0) \cup (20,\ \infty)$, b) $a < 0$, c) $a \neq 0$,
d) $a \in (-\infty,\ 0) \cup (5,\ 20)$, e) $a \in (-\infty,\ -5) \cup (5,\ 20)$.

13.23. Rovnice $ax^2 - 2x - 2 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\frac{1}{2},\ 0) \cup (0,\ \infty)$, b) $a \in (0,\ \infty)$, c) $a \neq 0$,
d) $a \in (-2,\ 0) \cup (0,\ \infty)$, e) $a \in (\frac{1}{2},\ \infty)$.

13.24. Rovnice $x^2 - 2mx + 5 = 0$ (s neznámou x) má kořeny $x_{1,2} = m \pm \mathrm{i}$ právě tehdy, když

a) $m = -2 \vee m = 2$, b) $m = -2$, c) $m \in (-\sqrt{5},\ \sqrt{5})$,
d) $m \in (-\sqrt{5},\ 0)$, e) $m \in (-\sqrt{5},\ -2\rangle$.

13.25. Rovnice $x^2 + (1+m)x + 10 = 0$ (s neznámou x) má kořeny $x_{1,2} = 1 \pm m\mathrm{i}$ právě tehdy, když

a) $m = -3$, b) $m = -3 \vee m = 3$,
c) $m \in (-1 - \sqrt{40},\ -1 + \sqrt{40})$, d) $m \in (-\sqrt{40},\ -3\rangle$,
e) $m \neq -1$.

13.26. Rovnice $x^2 + 2x + 1 - m = 0$ (s neznámou x) má různé reálné kořeny, které jsou oba menší než dvě, právě tehdy, když

a) $m \in (0,\ 9)$, b) $m = 2$, c) $m = 2 \vee m = 4$,
d) $m \in \langle 2,\ 5\rangle$, e) $m > 1$.

13.27. Rovnice $2x^2 + x + 1 - a = 0$ (s neznámou x) má dva různé záporné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (\frac{7}{8}, 1)$, b) $a > \frac{7}{8}$, c) $a \neq 1$, d) $a \neq 0$, e) $a < 1$.

13.28. Jestliže jedním kořenem rovnice $x^2 + 5mx + m + 3 = 0$ (s neznámou x) je číslo $x_1 = 1$, pak jejím druhým kořenem je číslo

a) $x_2 = \frac{7}{3}$, b) $x_2 = 5$, c) $x_2 = 1$, d) $x_2 = -2$, e) $x_2 = -\frac{4}{3}$.

13.29. Rovnice $x^2 + (m-9)x + 13 = 0$ (s neznámou x) má kořeny $x_{1,2} = m \pm 2\mathrm{i}$ právě tehdy, když

a) $m = 3$, b) $m = -3 \vee m = 3$, c) $m \in (-1, 3\rangle$,
d) $m \in (-3, 3\rangle$, e) $m < 9$.

13.30. Rovnice $x^2 + (m-12)x + 2m^2 = 0$ (s neznámou x) má kořeny $x_{1,2} = m \pm 4\mathrm{i}$ právě tehdy, když

a) $m = 4$, b) $m = -4 \vee m = 4$, c) $m \in (0, 4\rangle$,
d) $m \in (-4, 4\rangle$, e) $m < 12$.

13.31. Rovnice $(a-8)x^2 + a + 3 = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-3, 8)$, b) $a \in (-\infty, -3) \cup (8, \infty)$, c) $a \in \mathsf{R} - \{-3, 8\}$,
d) $a \in \mathsf{R} - \{8\}$, e) $a \in \langle -3, 8)$.

13.32. Rovnice $x^2 + (a+1)x + a = 0$ (s neznámou x) má dva různé reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in \mathsf{R} - \{1\}$, b) $a \in \mathsf{R}$, c) $a \in \mathsf{R} - \{-1\}$,
d) $a \in (1, \infty)$, e) $a \in \langle 1, \infty)$.

13.33. Rovnice $(5-a)x^2 - 4x + a = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (1, 4)$, b) $a \in (-\infty, 1) \cup (4, 5) \cup (5, \infty)$,
c) $a \in \mathsf{R} - \{1, 4\}$, d) $a \in \langle 1, 4\rangle$,
e) $a \in (1, 4\rangle$.

13.34. Rovnice $25x^2 + 8px + p^2 - 225 = 0$ (s neznámou x) má jeden dvojnásobný kořen právě tehdy, když

a) $p = 25 \vee p = -25$, b) $p = -25$, c) $p = \sqrt{625}$,
d) $p = 0$, e) $p = 0 \vee p = 25$.

13.35. Rovnice $10x^2 + (6p-20)x + p^2 - 8p + 10 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $p \in (-\infty, 0) \cup (20, \infty)$, b) $p \in (0, 20)$, c) $p \in (-\infty, 0\rangle \cup \langle 20, \infty)$,
d) $p \in \mathsf{R} - \{0, 20\}$, e) $p \in (20, \infty)$.

13.36. Rovnice $(a-1)x^2+2(a+1)x+a-2=0$ (s neznámou x) nemá reálné kořeny právě tehdy, když

a) $a \in (-\infty, \frac{1}{5})$, b) $a \in (\frac{1}{5}, 1) \cup (1, \infty)$, c) $a \in \mathsf{R} - \{1, \frac{1}{5}\}$,
d) $a \in \mathsf{R}$, e) $a \in (-\infty, -1) \cup (-1, \frac{1}{5})$.

13.37. Rovnice $5x^2 + (4p-10)x + p^2 - p + 15 = 0$ (s neznámou x) má dva komplexně sdružené kořeny právě tehdy, když

a) $p \in (-\infty, -10) \cup (-5, \infty)$, b) $p \in (-10, -5)$,
c) $p \in \mathsf{R} - \{-10, -5\}$, d) $p \in (-\infty, -10\rangle \cup \langle -5, \infty)$,
e) $p \in \mathsf{R}$.
