9. Planimetrie – 1 bod

9.1. Do rovnostranného trojúhelníku ABC o straně a je vepsán rovnostranný trojúhelník DEF tak, že $D \in AB$, $E \in BC$, $F \in CA$. Jestliže obsah trojúhelníku DEF je roven polovině obsahu trojúhelníku ABC, potom je jeho strana rovna

a) $\frac{a}{\sqrt{2}}$, b) $\frac{a}{2}$, c) $\frac{a}{\sqrt{3}}$, d) $\frac{a}{4}$, e) $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

9.2. Do rovnostranného trojúhelníku ABC o straně a je vepsán rovnostranný trojúhelník DEF tak, že $D \in AB$, $E \in BC$, $F \in CA$. Jestliže obsah trojúhelníku DEF je roven třetině obsahu trojúhelníku ABC, potom je jeho strana rovna

a) $\frac{a}{\sqrt{3}}$, b) $\frac{a}{\sqrt{2}}$, c) $\frac{a}{2}$, d) $\frac{a}{4}$, e) $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

9.3. Do rovnostranného trojúhelníku ABC o straně a je vepsán rovnostranný trojúhelník DEF tak, že $D \in AB$, $E \in BC$, $F \in CA$. Jestliže obsah trojúhelníku DEF je roven čtvrtině obsahu trojúhelníku ABC, potom je jeho strana rovna

a) $\frac{a}{2}$, b) $\frac{a}{\sqrt{2}}$, c) $\frac{a}{\sqrt{3}}$, d) $\frac{a}{4}$, e) $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

9.4. Poměr obsahů pravidelného šestiúhelníku se stranou a a do něho vepsaného kruhu je

a) $2\sqrt{3} : \pi$, b) $\sqrt{3} : \pi$, c) $2\sqrt{2} : \pi$, d) $3\sqrt{2} : \pi$, e) $\sqrt{2} : \pi$.

9.5. Je dána úsečka AB, $|AB| = 2r$, a její vnitřní bod X. Součet délek půlkružnic nad průměry AX a XB je

a) πr, b) $3\pi r$, c) $\frac{3}{2}\pi r$, d) $\frac{5}{4}\pi r$, e) $\frac{1}{2}\pi r$.

9.6. Bod E je středem strany CD čtverce $ABCD$. Bod F je průsečíkem úhlopříčky BD s příčkou AE. Poměr délek úseček EF a AF je

a) $1 : 2$, b) $2 : 3$, c) $1 : \sqrt{2}$, d) $\sqrt{2} : 3$, e) $\sqrt{2} : 1$.

9.7. Poměr obsahu pravidelného šestiúhelníku danému kruhu opsaného a obsahu pravidelného šestiúhelníku tomuto kruhu vepsaného je

a) $4 : 3$, b) $3 : 2$, c) $3 : \sqrt{2}$, d) $3 : \sqrt{3}$, e) $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$.

9.8. Ve čtverci $ABCD$ o straně a je bod E středem strany AB a bod F leží na straně CD. Obsah trojúhelníku FCE je roven $\frac{1}{6}a^2$, jestliže bod F má od bodu C vzdálenost rovnou

a) $\frac{a}{3}$, b) $\frac{a}{4}$, c) $\frac{2a}{3}$, d) $\frac{3a}{4}$, e) $\frac{a}{6}$.

9.9. Je dána kružnice $k(O; r)$ a její vnitřní bod $M \neq O$. Množina středů všech tětiv kružnice k procházejících bodem M je

a) kružnice nad průměrem OM,
b) osa úsečky OM,
c) kružnice nad průměrem OM bez bodu M,
d) kružnice nad průměrem OM bez bodu O,
e) kružnice o středu O dotýkající se kružnice k.

9.10. Je dána kružnice $k(O; r)$ a její bod M. Množina středů všech tětiv kružnice k procházejících bodem M je

a) kružnice nad průměrem OM bez bodu M,
b) kružnice nad průměrem OM,
c) osa úsečky OM,
d) kružnice nad průměrem OM bez bodu O,
e) kružnice o středu O dotýkající se kružnice k.

9.11. Je dána kružnice $k(O; r)$ a její vnější bod M. Množina středů všech tětiv kružnice k, které leží na přímkách procházejících bodem M, je

a) oblouk kružnice nad průměrem OM, který leží uvnitř kruhu s hraniční kružnicí k,
b) kružnice nad průměrem OM,
c) osa úsečky OM,
d) kružnice nad průměrem OM bez bodu O,
e) kružnice o středu O dotýkající se kružnice k.

9.12. Je dána úsečka AB a přímka p, AB a p nejsou kolmé. Trojúhelník ABC s vrcholem C na přímce p má minimální obvod, jestliže bod C je bodem

a) přímky $A'B$, kde A' je bod souměrný k bodu A podle p,
b) osy úsečky AB,
c) kružnice nad průměrem AB,
d) dotyku přímky p s kružnicí $k(A; |AB|)$,
e) dotyku přímky p s kružnicí $k(B; |AB|)$.

9.13. Osy vnitřních úhlů v obdélníku určují

a) čtverec, b) obdélník, c) kosočtverec, d) jediný bod, e) úsečku.

9.14. Osy vnějších úhlů kosočtverce určují

a) obdélník, b) čtverec, c) kosočtverec, d) jediný bod, e) úsečku.

9.15. Do kosočtverce $ABCD$ s úhlopříčkami e, f je vepsán čtverec $MNPQ$ tak, že vždy jeden jeho vrchol leží na straně kosočtverce. Velikost strany čtverce je

a) $\dfrac{ef}{e+f}$, b) $\dfrac{2ef}{e+f}$, c) $\dfrac{ef}{2e+f}$, d) $\dfrac{ef}{e+2f}$, e) $\dfrac{2ef}{e+2f}$.

9.16. Do kosočtverce $ABCD$ s úhlopříčkami e, f je vepsán čtverec $MNPQ$ tak, že vždy jeden jeho vrchol leží na straně kosočtverce. Poměr obsahů kosočtverce a čtverce je

a) $(e+f)^2 : 2ef$, b) $(e+f)^2 : ef$, c) $2(e+f)^2 : ef$,
d) $\sqrt{2}(e+f)^2 : ef$, e) $\sqrt{3}(e+f)^2 : ef$.

9.17. Nechť je ABC rovnoramenný trojúhelník se základnou AB, S je střed ramene AC a P pata kolmice na základnu, která prochází bodem S. Bod P dělí základnu na dvě úsečky v poměru

a) $1:3$, b) $1:4$, c) $2:3$, d) $3:5$, e) $2:5$.

9.18. V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ o straně a je obsah trojúhelníku ABE roven

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,a^2$, b) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}\,a^2$, c) $\dfrac{\pi}{2}\,a^2$, d) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\,a^2$, e) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\,a^2$.

9.19. V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ o straně a je obsah trojúhelníku ACE roven

a) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\,a^2$, b) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\,a^2$, c) $\dfrac{3}{4}\,a^2$, d) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\,a^2$, e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,a^2$.

9.20. Ramena v rovnoramenném trojúhelníku ABC o základně c, ve kterém $a + v_c = 2c$, mají velikost

a) $\dfrac{17}{16}\,c$, b) $\dfrac{16}{17}\,c$, c) $\dfrac{18}{17}\,c$, d) $\dfrac{17}{18}\,c$, e) $\dfrac{17}{15}\,c$.

9.21. Zvětšíme-li každou stranu obdélníku $ABCD$ o 3 cm, zvětší se jeho úhlopříčka o 4 cm a obsah o 60 cm^2. Strany obdélníku $ABCD$ jsou

a) 5 cm, 12 cm, b) 7 cm, 10 cm, c) 8 cm, 9 cm, d) 4 cm, 13 cm, e) 6 cm, 12 cm.

9.22. Úhly při základně AB rovnoramenného trojúhelníku ABC mají velikost 30°. Osy jeho ramen protínají základnu v bodech M, N. Vnitřní úhly v trojúhelníku MNC mají velikost

a) 60°, 60°, 60°, b) 75°, 75°, 30°, c) 45°, 45°, 90°, d) 50°, 50°, 80°, e) 45°, 75°, 60°.

9.23. Pravidelný osmiúhelník je vepsán do čtverce o jednotkové straně tak, že jeho čtyři strany leží na stranách čtverce. Velikost strany osmiúhelníku je

a) $\sqrt{2} - 1$, b) $\frac{1}{3}(\sqrt{3} - 1)$, c) $\frac{1}{3}(2\sqrt{2} - 1)$, d) $\sqrt{3} + 1$, e) $\sqrt{2} + 1$.

9.24. Výška na přeponu v pravoúhlém trojúhelníku má délku 12 cm a rozděluje přeponu na dva úseky, z nichž jeden má délku 9 cm. Délky odvěsen tohoto trojúhelníku jsou

a) 20 cm, 15 cm, b) 5 cm, $10\sqrt{6}$ cm, c) $5\sqrt{6}$ cm, $5\sqrt{19}$ cm,
d) $5\sqrt{5}$ cm, $10\sqrt{5}$ cm, e) $5\sqrt{2}$ cm, $5\sqrt{23}$ cm.

9.25. V trojúhelníku ABC, jehož strany mají délky $a = 3$ m, $b = 5$ m, $c = 7$ m, má úhel γ velikost

a) 120°, b) 150°, c) 60°, d) 115°, e) 145°.

9.26. V trojúhelníku ABC, který je určen stranou b a úhly β, $\alpha = 2\beta$, má strana a délku

a) $2b\cos\beta$, b) $b\sin 2\beta$, c) $2b\sin\beta$, d) $b\cos 2\beta$, e) $2b\cos 2\beta$.

9.27. V trojúhelníku ABC, ve kterém platí $a : b = 1 : \sqrt{2}$ a $\alpha : \beta = 1 : 2$, má úhel α velikost

a) 45°, b) 60°, c) 30°, d) 120°, e) 15°.

9.28. Poměr obsahů trojúhelníků ABC a $A'B'C$, kde $A'B'$ je příčka trojúhelníku ABC procházející jeho těžištěm rovnoběžně se stranou AB, je

a) 9 : 4, b) 3 : 2, c) 9 : 1, d) 3 : 1, e) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$.

9.29. Poměr obsahů rovnostranného trojúhelníku a jemu opsaného kruhu je

a) $3\sqrt{3} : 4\pi$, b) $\sqrt{3} : \pi$, c) $\sqrt{3} : 2\pi$, d) $\sqrt{2} : 3\pi$, e) $4\sqrt{2} : 3\pi$.

9.30. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 45°, určuje dvě kruhové úseče. Součet obsahů kruhů do těchto úsečí vepsaných je

a) $\dfrac{3\pi}{4}$, b) $\dfrac{5\pi}{8}$, c) $\dfrac{7\pi}{8}$, d) $\dfrac{7\pi}{4}$, e) $\dfrac{3\pi}{8}$.

9.31. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 60°, určuje dvě kruhové úseče. Součet obsahů kruhů do těchto úsečí vepsaných je

a) $\dfrac{5\pi}{8}$, b) $\dfrac{3\pi}{4}$, c) $\dfrac{7\pi}{8}$, d) $\dfrac{7\pi}{4}$, e) $\dfrac{3\pi}{8}$.

9.32. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 30°, určuje dvě kruhové úseče. Součet obsahů kruhů do těchto úsečí vepsaných je

a) $\dfrac{7\pi}{8}$, b) $\dfrac{3\pi}{4}$, c) $\dfrac{5\pi}{8}$, d) $\dfrac{7\pi}{4}$, e) $\dfrac{3\pi}{8}$.

9.33. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 45°, určuje dvě kruhové úseče. Součet délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) 2π, b) 3π, c) 4π, d) $\dfrac{2\pi}{3}$, e) $\dfrac{3\pi}{2}$.

9.34. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 60°, určuje dvě kruhové úseče. Součet délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) 2π, b) 3π, c) 4π, d) $\dfrac{2\pi}{3}$, e) $\dfrac{3\pi}{2}$.

9.35. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 30°, určuje dvě kruhové úseče. Součet délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) 2π, b) 3π, c) 4π, d) $\dfrac{2\pi}{3}$, e) $\dfrac{3\pi}{2}$.

9.36. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 45°, určuje dvě kruhové úseče. Poměr výšek těchto úsečí je

a) $(3+2\sqrt{2}):1$, b) $(1+\sqrt{3}):1$, c) $(2+\sqrt{2}):1$,
d) $(2+\sqrt{3}):1$, e) $(1+3\sqrt{2}):1$.

9.37. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 60°, určuje dvě kruhové úseče. Poměr výšek těchto úsečí je

a) $3:1$, b) $\sqrt{3}:1$, c) $\sqrt{2}:1$, d) $3:2$, e) $2:\sqrt{3}$.

9.38. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 30°, určuje dvě kruhové úseče. Poměr výšek těchto úsečí je

a) $(7+4\sqrt{3}):1$, b) $(7+3\sqrt{2}):1$, c) $(7+2\sqrt{2}):1$,
d) $(7-3\sqrt{2}):1$, e) $(7+\sqrt{2}):1$.

9.39. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti 45°, určuje dvě kruhové úseče. Poměr délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) $(3+2\sqrt{2}):1$, b) $(1+\sqrt{3}):1$, c) $(3+\sqrt{2}):1$,
d) $(1+2\sqrt{2}):1$, e) $(3\sqrt{2}-1):1$.

9.40. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti $60°$, určuje dvě kruhové úseče. Poměr délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) $3 : 1$, b) $\sqrt{3} : 1$, c) $\sqrt{2} : 1$, d) $2\sqrt{2} : 1$, e) $3\sqrt{2} : 1$.

9.41. Tětiva jednotkové kružnice, které odpovídají obvodové úhly velikosti $30°$, určuje dvě kruhové úseče. Poměr délek kružnic do těchto úsečí vepsaných je

a) $(7 + 4\sqrt{3}) : 1$, b) $(7 + 2\sqrt{2}) : 1$, c) $(7 - 3\sqrt{2}) : 1$,
d) $(7 + \sqrt{2}) : 1$, e) $(7 + 3\sqrt{2}) : 1$.

9.42. Na přeponě AB pravoúhlého trojúhelníku ABC jsou dány dva body M, N takové, že platí $|AM| = |AC|$ a $|BN| = |BC|$. Velikost úhlu MCN je

a) $45°$, b) $60°$, c) $30°$, d) $15°$, e) $25°$.

9.43. Obsah rovnoramenného trojúhelníku vepsaného do jednotkové kružnice s úhlem proti základně o velikosti $45°$ je

a) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$, b) $\frac{1}{3}(1 + \sqrt{3})$, c) $1 + \sqrt{2}$, d) $2\sqrt{2} - 1$, e) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

9.44. Obsah rovnoramenného trojúhelníku vepsaného do jednotkové kružnice s úhlem proti základně o velikosti $30°$ je

a) $\frac{1}{4}(2 + \sqrt{3})$, b) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$, c) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$, d) $2\sqrt{2} - 1$, e) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

9.45. Body, které dělí strany rovnostranného trojúhelníku ABC na tři stejné úsečky, jsou vrcholy pravidelného šestiúhelníku. Poměr obsahů šestiúhelníku a trojúhelníku ABC je

a) $2 : 3$, b) $1 : 2$, c) $1 : 3$, d) $3 : 4$, e) $2 : 5$.

9.46. Body, které dělí strany rovnostranného trojúhelníku ABC o jednotkové straně vždy na tři stejné úsečky, jsou vrcholy pravidelného šestiúhelníku. Obsah šestiúhelníku je

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$, b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, d) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$, e) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

9.47. Body A', B', C', které leží na těžnicích t_a, t_b a t_c v jedné třetině od vrcholů rovnostranného trojúhelníku ABC, určují rovnostranný trojúhelník. Poměr obsahů trojúhelníků ABC a $A'B'C'$ je

a) $4 : 1$, b) $2 : 1$, c) $3 : 2$, d) $3 : 1$, e) $5 : 2$.

9.48. V lichoběžníku, jehož základny jsou v poměru $1 : 2$, úhlopříčky dělí střední příčku na tři úsečky v poměru

a) $1 : 1 : 1$, b) $1 : 2 : 1$, c) $1 : 1 : 2$, d) $\sqrt{2} : 1 : 1$, e) $3 : 1 : 2$.

9.49. Střed E ramene BC lichoběžníku $ABCD$ s ramenem AD určují trojúhelník. Poměr obsahů lichoběžníku a trojúhelníku ADE je

a) $2 : 1$, b) $3 : 2$, c) $\sqrt{2} : 1$, d) $\sqrt{3} : 1$, e) $3 : 1$.

9.50. Poloměr kruhu vepsaného do čtvrtkruhu poloměru jedna je

a) $\sqrt{2} - 1$, b) $\sqrt{3} - 1$, c) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + 2)$, d) $2\sqrt{2} - 1$, e) $2\sqrt{3} - 3$.

9.51. Poměr obsahů čtvrtkruhu a do něho vepsaného kruhu je

a) $(3+2\sqrt{2}):4$, b) $(\sqrt{3}-1):4$, c) $(\sqrt{2}+2):4$,
d) $(2\sqrt{2}-1):3$, e) $(2\sqrt{3}-3):3$.

9.52. Do pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku ABC o přeponě c je vepsán čtverec $CDEF$ se stranami na jeho odvěsnách. Délka strany čtverce je

a) $\dfrac{c}{2\sqrt{2}}$, b) $\dfrac{c}{\sqrt{2}}$, c) $\dfrac{c}{\sqrt{3}}$, d) $\dfrac{c}{2\sqrt{3}}$, e) $\dfrac{\sqrt{2}c}{\sqrt{3}}$.

9.53. Do pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku s přeponou délky 4 cm je vepsán čtverec se stranou na jeho přeponě. Obsah čtverce je

a) $\dfrac{16}{9}\ \mathrm{cm}^2$, b) $\dfrac{16}{3}\ \mathrm{cm}^2$, c) $\dfrac{8}{3}\ \mathrm{cm}^2$, d) $\dfrac{12}{5}\ \mathrm{cm}^2$, e) $12\,\mathrm{cm}^2$.

9.54. Nad úsečkou AB je sestrojena půlkružnice k a té je opsán obdélník $ABCD$. Poměr úseček, které na úhlopříčce AC určuje průsečík s půlkružnicí k, je

a) $1:4$, b) $1:5$, c) $1:\sqrt{2}$, d) $1:6$, e) $\sqrt{2}:2$.

9.55. Ve čtverci $ABCD$ o straně a je bod E středem strany AB a bod F leží na straně CD. Obsah trojúhelníku FCE je roven $\frac{1}{4}a^2$, jestliže bod F má od bodu C vzdálenost rovnou

a) $\dfrac{a}{2}$, b) $\dfrac{a}{4}$, c) $\dfrac{2a}{3}$, d) $\dfrac{3a}{4}$, e) $\dfrac{a}{6}$.

9.56. Ve čtverci $ABCD$ o straně a je bod E středem strany AB a bod F leží na straně CD. Obsah trojúhelníku FCE je roven $\frac{1}{3}a^2$, jestliže bod F má od bodu C vzdálenost rovnou

a) $\dfrac{2a}{3}$, b) $\dfrac{a}{4}$, c) $\dfrac{a}{3}$, d) $\dfrac{3a}{4}$, e) $\dfrac{a}{6}$.

9.57. Bod E je středem strany CD čtverce $ABCD$ se stranou a. Bod F je průsečíkem úhlopříčky BD s příčkou AE. Délka úsečky AF je

a) $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$, b) $\dfrac{\sqrt{5}a}{4}$, c) $\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$, d) $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$, e) $\dfrac{a}{6}$.

9.58. Bod E je středem strany CD čtverce $ABCD$. Bod F je průsečíkem úhlopříčky BD s příčkou AE. Délka úsečky EF je

a) $\dfrac{\sqrt{5}a}{6}$, b) $\dfrac{\sqrt{5}a}{4}$, c) $\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$, d) $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$, e) $\dfrac{a}{5}$.

9.59. Úsečka AB, $|AB|=2r$, je rozdělena na čtyři stejné úsečky. Nad každou z těchto čtyř úseček je sestrojena půlkružnice. Součet délek všech čtyř půlkružnic je

a) πr, b) $3\pi r$, c) $\dfrac{3\pi r}{2}$, d) $\dfrac{5\pi r}{4}$, e) $\dfrac{\pi r}{2}$.
