

Modelování systémů a procesů

příklady ze dne 15. 5. 2004

1. Nalezněte řešení diferenční rovnice pomocí z-transformace

$$f(n+2) = f(n+1) - f(n)$$

pro počáteční hodnoty $f(0) = 1$ a $f(1) = 2$. Určete jakou hodnotu má $f(12)$.

správné řešení 5 bodů

2. Nalezněte řešení diferenční rovnice pomocí z-transformace

$$f(n+2) + a^2 f(n) = \delta(n)$$

pro $a = 0.5$ a počáteční podmínky $f(0) = 1$ a $f(1) = 0$.

správné řešení 5 bodů

3. Jaký tvar má přenosová funkce kausálního LTI systému, který je popsán diferenční rovnicí

$$y(n) + 2y(n-1) + y(n-2) = x(n).$$

Určete amplitudu a fázi $H(e^{j\Omega T}) = A(\Omega T)e^{j\Phi(\Omega T)}$ pro tuto přenosovou funkci.

správné řešení 4 body

4. Určete impulsní odezvu $h(n)$ systému s přenosovou funkcí

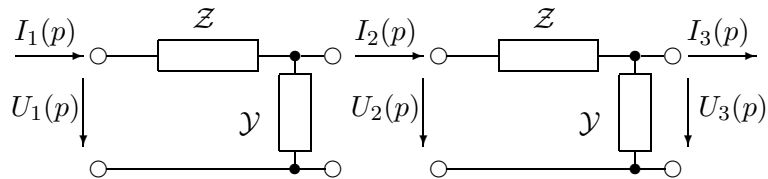
$$H(z) = \frac{1}{(1 - 0.5z^{-1})(1 - 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2})}.$$

správné řešení 8 bodů

5. Determinant

$$\Delta_n(\mathcal{Z}, \mathcal{Y}) = \det \begin{bmatrix} \mathcal{Z} & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \mathcal{Y} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \mathcal{Z} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \mathcal{Y} & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & \mathcal{Z} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & \mathcal{Y} \end{bmatrix} \quad (1)$$

popisuje pro $n = 2m = 2, 4, 6, \dots$ přenos napětí $\frac{U_m(p)}{U_1(p)}$ pokud $I_m = 0$ v příčkové struktuře podle obrázku. Veličina $\mathcal{Z}$ odpovídá podélné impedanci, například odporu R a $\mathcal{Y}$ odpovídá příčné admitanci, například pC .



Uvedený determinant splňuje pro $2m$ sudý rekurentní vzorec

$$\Delta_{2m+2} = \mathcal{Y}\Delta_{2m+1} + \Delta_{2m} \quad (2)$$

a pro $2m + 1$ lichý rekurentní vzorec

$$\Delta_{2m+3} = \mathcal{Z}\Delta_{2m+2} + \Delta_{2m+1} \quad (3)$$

- Na základě substituce $f(m) = \Delta_{2m}$ a $g(m) = \Delta_{2m+1}$ a s pomocí z-transformace nalezněte řešení soustavy diferenčních rovnic, jestliže platí $\Delta_0 = 1$ a $\Delta_1 = \mathcal{Z}$.
- Výsledné vzorce ověřte pro $m = 1$ s přímým výpočtem determinantu.

správné řešení 10 bodů