

Plán přednášek Calculus 1 – 2020/21

1. přednáška – 22.9.

Množiny čísel, matematická indukce, supremum a infimum množiny, symboly $\pm\infty$, okolí bodu, hromadný bod množiny, otevřené a uzavřené množiny.

2. přednáška – 29.9.

Posloupnosti reálných čísel, limita posloupnosti, monotonní posloupnosti, věty o existenci limity posloupnosti, hromadné body posloupnosti, limes superior a limes inferior posloupnosti.

3. přednáška – 6.10.

Zobrazení f množiny X do množiny Y , zobrazení $\mathbf{f} : X \rightarrow \mathbb{R}^k$ a jeho složky, graf funkce jedné reálné proměnné, složené zobrazení, obraz a vzor množiny, zobrazení na množinu, prosté zobrazení, vzájemně jednoznačné zobrazení, inverzní zobrazení. Omezená funkce, monotonní funkce, globální extrém funkce, konvexní a konkávní funkce, inflexní bod funkce, exponenciální funkce a logaritmus, goniometrické a cyklometrické funkce, hyperbolické a hyperbolometrické funkce.

4. přednáška – 13.10.

Limita funkce v bodě, vlastní a nevlastní limity, definice limity funkce pomocí okolí, limita zobrazení, limita zobrazení vzhledem k množině, jednostranné limity, některé věty o limitách funkcí. Limita složené funkce, funkce spojitá v bodě, funkce spojitá, spojitě zobrazení. Asymptoty grafu funkce. Globální extrémy spojitě funkce na kompaktní množině.

5. přednáška – 20.10.

Diferenciál funkce jedné reálné proměnné a tečna ke grafu funkce, derivace funkce v bodě, diferencovatelná funkce, diferenciál a derivace zobrazení $\mathbf{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^k$, tečna ke křivce dané parametricky. Derivace součtu, součinu a podílu funkcí, derivace složené funkce, derivace funkce zleva a zprava, věty o střední hodnotě, l'Hospitalovo pravidlo, derivace a monotonie, lokální a globální extrémy funkcí.

6. přednáška – 27.10.

Derivace a diferenciály vyšších řádů, Leibnizovo pravidlo, Taylorův polynom a zbytek, Taylorova řada, derivace a konvexní funkce, derivace vyšších řádu a extrémy funkce.

7. přednáška – 3.11.

Vzdálenost bodů v Euklidovském prostoru, vázané vektory, úhel mezi vázanými vektory. Paralelní přenos vektorů, volné vektory, skalární součin vektorů. Kartézský systém souřadnic v Euklidovském prostoru E_n , souřadnice bodu $\mathbf{x} \in E_n$ vzhledem k danému kartézskému systému souřadnic. k -rozměrná nadrovina v E_n a její parametrické rovnice, parametrické rovnice přímky a roviny. Popis $(n - 1)$ -rozměrné nadroviny v E_n pomocí normálového vektoru, přímka v E_3 jako průnik rovin, Vektorový součin vektorů v E_3 . Zobrazení intervalu $\mathcal{I} \subset \mathbb{R}$ do E_n , parametrické rovnice křivky, tečný vektor a rovnice tečny ke křivce dané parametrickými rovnicemi. Vektor rychlosti pohybu bodu, vektor zrychlení.

Zápočtový test – 10.11.

8. přednáška – 24.11.

Definice limity zobrazení pomocí okolí bodu a vzdálenosti, limita zobrazení do \mathbb{R}^k a limity jeho složek, věty o limitách funkce více proměnných. Limita zobrazení vzhledem k množině, limita funkce více proměnných jako stejnoměrná limita. Limita složeného zobrazení, zobrazení spojitě v bodě a na množině, extrémů spojitě funkce na kompaktní množině. Derivace funkce podle vektoru a ve směru, parciální derivace, Derivace podle vektoru a tečná rovina ke grafu funkce.

9. přednáška – 1.12.

Lineární aproximace funkce více proměnných, funkce diferencovatelná v bodě, diferenciál funkce a tečná rovina ke grafu funkce, diferenciál zobrazení. Derivace podle vektoru diferencovatelné funkce, vyjádření diferenciálu funkce a tečné roviny pomocí parciálních derivací, gradient funkce, derivace zobrazení. Diferenciál a parciální derivace složeného zobrazení. Existence diferenciálu funkce, funkce třídy $C_1(M)$.

10. přednáška – 8.12.

Kvadratická aproximace funkce více proměnných, diferenciál druhého řádu, parciální derivace druhého řádu a jejich záměnnost, vyjádření druhého diferenciálu pomocí parciálních derivací, Hessova matice. Existence druhého diferenciálu, funkce třídy $C_2(M)$. Parciální derivace k -tého řádu, záměnnost parciálních derivací k -tého řádu, funkce třídy $C_k(M)$. Diferenciál k -tého řádu, vyjádření diferenciálu k -tého řádu pomocí parciálních derivací. Diferenciál a parciální derivace k -tého řádu složené funkce. Taylorův polynom funkce více proměnných.

11. přednáška – 15.12.

Funkce definované implicitně. Věta o implicitních funkcích pro funkci $y(\mathbf{x})$, která je definovaná rovnicí $F(\mathbf{x}, y) = 0$, a výpočet jejích diferenciálů a parciálních derivací, normála a tečná rovina k ploše $F(\mathbf{x}) = F(\mathbf{a})$ v bodě \mathbf{a} . Obecná věta o implicitních funkcích. Regulární zobrazení, Jacobiho matice a jakobián regulárního zobrazení.

12. přednáška – 5.1.

Lokální extrém funkce $f(\mathbf{x})$ vzhledem k množině, lokální extrém a derivace podle vektoru, nutná podmínka pro lokální extrém ve vnitřním bodě množiny, stacionární body funkce. Lokální extrém a Taylorův polynom druhého řádu ve stacionárním bodě, kvadratické formy. Vazby a vázané lokální extrémů funkce, metoda Lagrangeových multiplikátorů. Globální extrémů spojitě funkce více proměnných na kompaktní množině.