Zápočtový test

Toto jsou příklady, ze kterých budou složeny započtové testy.

Každý test bude složen z pěti příkladů, které budou hodnoceny $0-5$ body (pouze celá čísla) a výsledek je součet bodů z jednotlivých příkladů.
Pokud budete psát více testů, počítá se test, ze kterého dostanete nejvíc bodů. Minimální počet bodů pro získání zápočtu je **13**.

První test bude obsahovat příklady $1-5$ a bude se psát na přednáškách **20.11.** Tento test je povinný. Pokud na něj bez omluvy nedorazíte, dostanete z testu 0 bodů.

Jestliže se z testu omluvíte, mužete psát tento test po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 1. opravný test.

1. opravný test bude se bude psát v pátek **15.12.** a bude složen z příkladů $2-6$. Tento test je povinný pro ty, kteří dostali z prvního testu méně než 13 bodů. Pokud se z testu neomluvíte, dostanete z něj 0 bodů.

Jestliže se z tohoto testu omluvíte, můžete jej napsat po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 2. opravný test.

2. opravný test se bude psát v pátek **12.1.** a bude složen z příkládů $3-7$. Tento test je povinný pro ty, kteří z předchozích testů nezískali 13 nebo více bodů.

Jestliže ani po tomto testu nezískáte dostatečný počet bodů pro získání zápočtu, rozhoduje o udělění zápočtu cvičící.

Zápočet musíte získat nejpozději do konce zkouškového období zimního semestru.

Bez zápočtu nelze dělat zkoušku.

Příklad 1

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-n}$. $\left[\mathrm{e}^{-2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-3}{n+1}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{-8}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-n}{3-n}\right)^{2n-4}$. $\left[\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-1}{3n+2}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{10}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-2n}{5-2n}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+4}{n-4}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{-16}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-3n}{4-3n}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{2x+1}{2x-3}\right)^{1-3x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{1-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{3-4x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x+1}{3x-4}\right)^{3x+2}$. $\left[y=\mathrm{e}^{5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{3-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{4x+3}$. $\left[y=\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{1-3x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{2x-1}{2x-5}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^{6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{3x+4}{3x-1}\right)^{2-3x}$. $\left[y = \mathrm{e}^{-5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{4x+1}{4x-3}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+x+2}}{3x+4}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{8x^3+2x^2+x+6}}{3x+1}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^3+x^2+x+2}}{(x+3)\sqrt{x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{x\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x^3-x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = \sqrt{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+3x+2}}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{1+3x+9x^2}}{\sqrt[3]{x^3+x^2+x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -3\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{2x^2+x+2}\,\sqrt{2x^2-x+2}}{(x+2)\,\sqrt{x^2+x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{(x-1)\,\sqrt{x^2+3x+4}}{\sqrt{x^4+2x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -1\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^4-3x^3+2x+4}}{(2x+3)^2}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{4}\right]$

Příklad 2

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[2x]{x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = \frac{1}{2}(x-1)\,; \quad x - 2y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^{x(x+1)}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = 2(x-1)\,; \quad 2x - y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3x)^{\mathrm{e}^x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -3x\,; \quad 3x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + 2\sin x)^{x+1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -3x\,; \quad 3x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\cos x)^{2\sin x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -2(x - \frac{1}{2}\pi)\,; \quad 2x + y - 1 - \pi = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\operatorname{tg} x)^{x-2}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\ln x)^{x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = 2(x-1)\,; \quad 2x - y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\operatorname{tg} x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{4}\pi; f(\frac{1}{4}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = \frac{\pi}{2}(x - \frac{\pi}{4})\,; \quad \pi x - 2y + 2 - \frac{1}{4}\pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + \sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + 2\cos x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + \sin 2x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x - 3\sin x)^{\cos 2x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (x + \ln x)^{2x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.

$$\big[y - 1 = 4(x - 1)\,; \quad 4x - y - 3 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x)^{2x-1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2\arcsin x)^{x-2}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = -4x\,; \quad 4x + y - 1 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + x)^{\arccos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = \tfrac{\pi}{2}\,x\,; \quad \pi x - 2y + 2 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (2\mathrm{e}^x - \cos x)^{2x+1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x - 2\sin x)^{1-2x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x + \operatorname{tg} x)^{2-x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$$\big[y - 1 = 4x\,; \quad 4x - y + 1 = 0\big]$$

Příklad 3

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{1}{x}\right)$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\left(\cos x\right)^{1/x^2}$. $\left[e^{-1/2}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 1}\left(x^x-1\right)\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}$. $\left[-\frac{2}{\pi}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to +\infty} x(\pi-2\operatorname{arctg} x)$. $[2]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{1-x+\ln x}$. $[-2]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 1}\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}\cdot\ln x$. $\left[-\frac{2}{\pi}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to +\infty} x\left(\pi-2\arccos\frac{1}{x}\right)$. $[2]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{\operatorname{arctg} x-x}$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{x-\arcsin x}{x^3}$. $\left[-\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}(\sin 3x)^{1/\ln x}$. $[e]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$. $\left[\frac{9}{4}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\sin x}}{x^3}$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\sqrt[x]{\cos x-\sin x}$. $\left[e^{-1}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\sqrt[x]{1+\operatorname{tg} 2x}$. $\left[e^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to \pi/2}\sin(\cos x)\cdot\operatorname{tg} x$. $[1]$

Najděte limitu $\lim_{x\to \pi/4}(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$. $\left[e^{-1}\right]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^x-1}{x^2}$. $[1]$

Najděte limitu $\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{\pi}\arccos x\right)^{1/x}$. $\left[e^{-2/\pi}\right]$

Příklad 4

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$.

$\big[$na $(-\infty,-1)$ a $(\frac{7}{5},+\infty)$ rostoucí; na $(-1,\frac{7}{5})$ klesající; lokální minimum v $\frac{7}{5}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)^2}$.

$\big[$na $(-\infty,-\frac{7}{4})$ a $(2,+\infty)$ klesající; na $(-\frac{7}{4},2)$ rostoucí; lokální minimum v $-\frac{7}{4}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x-x^2}$.

$\big[$na $\langle 0,\frac{1}{2})$ rostoucí; na $(\frac{1}{2},1\rangle$ klesající; v bodě $\frac{1}{2}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\sqrt[3]{1-x}$.

$\big[$na $(-\infty,\frac{3}{4})$ rostoucí; na $(\frac{3}{4},+\infty)$ klesající; v bodě $\frac{3}{4}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x}\,\ln x$.

$\big[$na $(0,\mathrm{e}^{-2})$ klesající; na $(\mathrm{e}^{-2},+\infty)$ rostoucí; v bodě e^{-2} lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{\ln^2 x}{x}$.

$\big[$na $(0,1)$ a $(\mathrm{e}^2,+\infty)$ klesající; na $(1,\mathrm{e}^2)$ rostoucí; v bodě 1 lokální minimum a v bodě e^2 lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\ln^2 x$.

$\big[$na $(0,\mathrm{e}^{-2})$ a $(1,+\infty)$ rostoucí; na $(\mathrm{e}^{-2},1)$ klesající; v bodě e^{-2} lokální maximum a v bodě 1 lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$.

$\big[$klesající na $(-\infty,+\infty)\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln\dfrac{3-x}{|x+5|}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty,-5)$; klesající v $(-5,3)$; nemá lokální extrém$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{1+x^2}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty,1)$; klesající v $(1,\infty)$; v bodě 1 lokální maximum$\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$ na intervalu $\langle 0,4\rangle$.

$\big[$maximum je $f(0)=2$ a minimum $f(\frac{7}{5})=-\frac{1}{24}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)^2}$ na intervalu $\langle -4,1\rangle$.

$\big[$maximum je $f(1)=8$ a minimum $f(-\frac{7}{4})=-\frac{1}{15}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x-1)^2\mathrm{e}^{-|x|}$ na intervalu $\langle -3,2\rangle$.

$\big[$maximum je $f(-1)=4\mathrm{e}^{-1}$ a minimum $f(1)=0\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x+1)^2\mathrm{e}^{|x-1|}$ na intervalu $\langle -2,3\rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(3) = 16\mathrm{e}^2 \text{ a minimum } f(-1) = 0\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \ln x + \dfrac{2}{x}$ na intervalu $\langle 1, \mathrm{e}^2 \rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(\mathrm{e}^2) = 2 + 2\mathrm{e}^{-2} \text{ a minimum } f(2) = \ln 2 + 1\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \operatorname{arccotg} |x^2 - 2x - 8|$ na intervalu $\langle -3, 2 \rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(-2) = \operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2} \text{ a minimum } f(1) = \operatorname{arccotg} 9\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ na intervalu $\langle -1, 2 \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(-1) = \sqrt[3]{2}; \text{ minimum } f(2) = -\sqrt[3]{4}\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x - |\sin 2x|$ na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(\pi) = \pi; \text{ minimum } f(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x + |\sin 2x|$ na intervalu $\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ minimum } f(-\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}\right]$

Příklad 5

Napište definici suprema množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici infima množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici hromadného bodu množiny $M \subset \mathbb{R}^n$.

Napište definici tvrzení: Množina $M \subset \mathbb{R}^n$ je omezená.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$, kde $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je rostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je klesající.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je nerostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je neklesající.

Nechť je f zobrazení $f : X \to Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je na množinu Y.

Nechť je f zobrazení $f : X \to Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je prosté.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je rostoucí na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je klesající na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zprava $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zleva $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je spojitá v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zprava funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zleva funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište Lagrangeovu větu o střední hodnotě.

Příklad 6

Tento příklad bude v prvním a druhém opravném testu místo **příkladu 1.**

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\left(x^2+y^2\right)^y\,,\qquad v(x,y)=\frac{x-y}{x+y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\left(x^2+y^2\right)^y\left(\ln\left(x^2+y^2\right)+\frac{2y^2}{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{2x}{(x+y)^2}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\sqrt{x^2+y\sin xy}\,,\qquad v(x,y)=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{2x+y^2\cos xy}{2\sqrt{x^2+y\sin xy}}\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{y}{x^2+y^2}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\sqrt{x^2+y\sin xy}\,,\qquad v(x,y)=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\sin xy+xy\cos xy}{2\sqrt{x^2+y\sin xy}}\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x}{x^2+y^2}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\ln(x^2-xy+y^2)\,,\qquad v(x,y)=y\operatorname{tg}xy\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}=\left(\ln(x^2-xy+y^2)+\frac{x(2x-y)}{x^2-xy+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{y^2}{\cos^2xy}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\ln(x^2-xy+y^2)\,,\qquad v(x,y)=y\operatorname{tg}xy\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x(2y-x)}{x^2-xy+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \left(\operatorname{tg} xy + \frac{xy}{\cos^2 xy}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y \arcsin(x-y)\,, \qquad v(x,y) = (x^2+y^2)\ln xy\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\arcsin(x-y) - \frac{y}{\sqrt{1-(x-y)^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \left(2y\ln xy + \frac{x^2+y^2}{y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2+y}}\,, \qquad v(x,y) = (x-y)^x\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x + y\sqrt{x^2+y}}{2\sqrt{xy+\sqrt{x^2+y}}\,\sqrt{x^2+y}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + (x-y)^x\left(\ln(x-y) + \frac{x}{x-y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y^2 \mathrm{e}^{\sin xy}\,, \qquad v(x,y) = \sqrt{x^2+\ln(x-y)}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \big(2y + xy^2\cos xy\big)\mathrm{e}^{\sin xy}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{2(x-y)\sqrt{x^2+\ln(x-y)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x \operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{x^2-y^2}{xy}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2} + \frac{x^2}{(1+x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2+y^2}{x^2 y}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (xy)^y\,, \qquad v(x,y) = x\cos\frac{x+y}{x-y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (xy)^y\big(\ln xy + 1\big)\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{2x^2}{(x-y)^2}\,\sin\frac{x+y}{x-y}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\operatorname{tg}\frac{x}{y}\,, \qquad v(x,y) = \sqrt{\frac{x^2-y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x^2}{y^2\cos^2 xy^{-1}}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{x^2+y^2}{2y\sqrt{xy(x^2-y^2)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (x^2+y^2)^x\,, \qquad v(x,y) = \frac{\sin xy}{y}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = (x^2+y^2)^x\left(\ln(x^2+y^2) + \frac{2x^2}{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \cos xy\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (x^2+y^2)^x\,, \qquad v(x,y) = \frac{\sin xy}{y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy(x^2+y^2)^{x-1}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{xy\cos xy - \sin xy}{y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2+xy+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{xy}{x-y}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x+y}{2(1+x^2+xy+y^2)\sqrt{x^2+xy+y^2}}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{y^2}{(x-y)^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y\cos\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \ln\frac{x+y}{x-y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\cos\sqrt{x^2+y^2} - \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\sin\sqrt{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{2x}{x^2-y^2}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\sin xy\,, \qquad v(x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^x,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \big(\sin xy + xy\cos xy\big)\frac{\partial F}{\partial u} + \left(\frac{x}{y}\right)^x\left(\ln\frac{x}{y}+1\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\sin xy\,, \qquad v(x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^x,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = x^2\cos xy\,\frac{\partial F}{\partial u} - \left(\frac{x}{y}\right)^{x+1}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,, \qquad v(x,y) = (y-x)\operatorname{tg} xy\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x^2-y^2}{2x\sqrt{xy(x^2+y^2)}}\frac{\partial F}{\partial u} + \left(-\operatorname{tg} xy + \frac{y(y-x)}{\cos^2 xy}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (y-x)\operatorname{tg}\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{(x+y)^2}{xy}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(-\operatorname{tg}\sqrt{x^2+y^2} + \frac{x(y-x)}{\sqrt{x^2+y^2}\,\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2-y^2}{x^2y}\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\,,\qquad v(x,y)=y^{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{-x}{(x+y)\sqrt{x^2-y^2}}\,\frac{\partial F}{u}+y^{x^2+y^2}\left(2y\ln y+\frac{x^2+y^2}{y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}\,,\qquad v(x,y)=x\operatorname{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big)\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{y\sqrt{x^2-y^2}+x}{2\sqrt{x^2-y^2}\,\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}}\,\frac{\partial F}{\partial u}+\left(\operatorname{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big)+\frac{x\mathrm{e}^y}{\cos^2(x\mathrm{e}^y)}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}\,,\qquad v(x,y)=x\operatorname{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big)\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{x\sqrt{x^2-y^2}-y}{2\sqrt{x^2-y^2}\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}}\,\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x^2\mathrm{e}^y}{\cos^2(x\mathrm{e}^y)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\ln\big(\cos xy\big)\,,\qquad v(x,y)=\sqrt{\frac{xy}{x-y}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=-x^2\operatorname{tg}xy\,\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x^2}{2(x-y)\sqrt{xy(x-y)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\sin\sqrt{x+y}\,,\qquad v(x,y)=(x-y)^{x+y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{x\cos\sqrt{x+y}}{2\sqrt{x+y}}\,\frac{\partial F}{\partial u}+(x-y)^{x+y}\left(\ln(x-y)-\frac{x+y}{x-y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=y\,\mathrm{tg}\big(\mathrm{e}^{xy}\big)\,,\qquad v(x,y)=\ln\sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{y^2\mathrm{e}^{xy}}{\cos^2\mathrm{e}^{xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x^2-y^2}{2x(x^2+y^2)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=y\,\mathrm{tg}\big(\mathrm{e}^{xy}\big)\,,\qquad v(x,y)=\ln\sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\left(\mathrm{tg}\,\mathrm{e}^{xy}+\frac{xy\mathrm{e}^{xy}}{\cos^2\mathrm{e}^{xy}}\right)\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{x^2-y^2}{2y(x^2+y^2)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\,\mathrm{arctg}\sqrt{xy}\,,\qquad v(x,y)=\cos\frac{x-y}{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}=\left(\mathrm{arctg}\sqrt{xy}+\frac{\sqrt{xy}}{2(1+xy)}\right)\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x^2-2xy-y^2}{(x^2+y^2)^2}\,\sin\frac{x-y}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y)=F\big(u(x,y),v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y)=x\,\mathrm{arctg}\sqrt{xy}\,,\qquad v(x,y)=\cos\frac{x-y}{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{x^2}{2(1+xy)\sqrt{xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u}+\frac{x^2+2xy-y^2}{(x^2+y^2)^2}\,\sin\frac{x-y}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Příklad 7

Tento příklad bude ve druhém opravném testu místo **příkladu 2.**

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 - z^2 + z\mathrm{e}^{2xy+z} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -2\,\mathrm{d}x + 2\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; -2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + z\sin(x^2 + y^2 + z) = 3\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x + \tfrac{3}{5}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + \ln(x^2 - y^2 + z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = \,\mathrm{d}x - \,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 - x^2 z + y^2 z + y\sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = \tfrac{3}{4}\,\mathrm{d}x\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 y - y^2 z + z^2 x + z\,\mathrm{tg}(z - xy) - x = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -\tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}x + \,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 2; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 y + y^2 z + xz^2 - z^3 + z\ln(y + xz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 2]$. $\left[\,\mathrm{d}z = 4\,\mathrm{d}x - 2\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[2; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$xyz + xy^2 + yz^2 + z\mathrm{e}^{\sin(x - y^2 - z^2)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[2; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x + 5\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + xz + yz^2 - 2\,\mathrm{arctg}(xyz^2) = \tfrac{1}{2}\,\pi\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -4\,\mathrm{d}x - 2\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 + xyz - y - z\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = 2\,\mathrm{d}x - 3\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz + \operatorname{tg}(x^2 + xy + y^2 - z) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -3\,\mathrm{d}x - 3\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 - xyz^3 + \ln\sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = \mathrm{d}x - \mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 0; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 - xyz + z\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 0]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x - \mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + x^2 + y^2 - 2xyz - z\mathrm{e}^{\sin(x-z)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = \mathrm{d}x\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz - xz\ln\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = 0\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz - \operatorname{arctg}(x^2 + y^2 + 2xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 - y^3 - x^2z + yz^2 - \operatorname{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\,\mathrm{d}z = \mathrm{d}x - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + x^2y + y^2z - z\mathrm{e}^{\sin(z^2+xz+yz+xy)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1;1]$. $\left[\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;1;1]$ jako řešení rovnice

$$x^2z^2 + y^2z - xy^2 - xyz + \mathrm{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;1]$. $\left[\mathrm{d}z = \frac{1}{5}\,\mathrm{d}x + \frac{2}{5}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;-1;2]$ jako řešení rovnice

$$xyz^2 + xz - yz + xy\ln\sqrt{z^2 - x^2 - y^2 + xy} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;-1]$. $\left[\mathrm{d}z = -\frac{1}{8}\,\mathrm{d}x + \frac{1}{8}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[-1;-1;1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + xz^2 - y^2z + xy\mathrm{e}^{\sin(x^2+yz)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1;-1]$. $\left[\mathrm{d}z = -2\,\mathrm{d}x + 2\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;-1;1]$ jako řešení rovnice

$$x^2y + xz^2 + y^2z + xyz + 2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x^2 - y^2 + z^2} - \frac{1}{2}\,\pi = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;-1]$. $\left[\mathrm{d}z = \frac{1}{3}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{3}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;1;-1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 - x^2y + y^2z + 3z^2\sqrt[3]{x^2 - y + z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;1]$. $\left[\mathrm{d}z = -\frac{1}{4}\,\mathrm{d}x - \,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;0;-1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 + xyz + z^2 - \mathrm{tg}(x^2 + yz - z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;0]$. $\left[\mathrm{d}z = -3\,\mathrm{d}x\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[0;1;-1]$ jako řešení rovnice

$$z^4 - xyz^2 + y^2z - \mathrm{arctg}(z^2 + xz - y^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[0;1]$. $\left[\mathrm{d}z = 0\,.\right]$
