

Zápočtový test

Toto jsou příklady, ze kterých budou složeny zápočtové testy.

Každý test bude složen z pěti příkladů, které budou hodnoceny 0–5 body (pouze celá čísla) a výsledek je součet bodů z jednotlivých příkladů.

Pokud budete psát více testů, počítá se test, ze kterého dostanete nejvíce bodů. Minimální počet bodů pro získání zápočtu je **13**.

První test bude obsahovat příklady 1–5 a bude se psát na přednáškách **21.11.** a **22.11.** Tento test je povinný. Pokud na něj bez omluvy nedorazíte, dostanete z testu 0 bodů.

Jestliže se z testu omluvíte, můžete psát tento test po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 1. opravný test.

1. opravný test bude se bude psát v pátek **16.12.** a bude složen z příkladů 2–6. Tento test je povinný pro ty, kteří dostali z prvního testu méně než 13 bodů. Pokud se z testu neomluvíte, dostanete z něj 0 bodů.

Jestliže se z tohoto testu omluvíte, můžete jej napsat po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 2. opravný test.

2. opravný test se bude psát v pátek **13.1.** a bude složen z příkladů 3–7. Tento test je povinný pro ty, kteří z předchozích testů nezískali 13 nebo více bodů.

Jestliže ani po tomto testu nezískáte dostatečný počet bodů pro získání zápočtu, rozhoduje o udělení zápočtu cvičící.

Zápočet musíte získat nejpozději do konce zkouškového období zimního semestru.

Bez zápočtu nelze dělat zkoušku.

Příklad 1

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{1-n}$. [e⁻²]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+1} \right)^{2n-3}$. [e⁻⁸]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-n}{3-n} \right)^{2n-4}$. [e⁴]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n+2} \right)^{1-2n}$. [e²]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2} \right)^{2n-1}$. [e¹⁰]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-2n}{5-2n} \right)^{1-3n}$. [e⁻⁶]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-2} \right)^{2n-1}$. [e²]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n-4} \right)^{1-2n}$. [e⁻¹⁶]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-3n}{4-3n} \right)^{2n-3}$. [e²]

Najděte limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{1-3n}$. [e⁻⁶]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^{1-3x}$. [y = e⁻⁶]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{1-2x}$. [y = e²]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{1-2x}{3-2x} \right)^{3-4x}$. [y = e⁻⁴]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{3x+1}{3x-4} \right)^{3x+2}$. [y = e⁵]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{3-2x}$. [y = e⁴]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{1-2x}{3-2x} \right)^{4x+3}$. [y = e⁴]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{1-3x}$. [y = e⁶]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{2x-1}{2x-5}\right)^{3x+2}$. [$y = e^6$]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{3x+4}{3x-1}\right)^{2-3x}$. [$y = e^{-5}$]

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\frac{4x+1}{4x-3}\right)^{3x+2}$. [$y = e^3$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{4x^2+x+2}}{3x+4}$ v bodě $-\infty$. [$y = -\frac{2}{3}$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. [$y = \frac{1}{2}$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt[3]{8x^3+2x^2+x+6}}{3x+1}$ v bodě $-\infty$. [$y = \frac{2}{3}$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{4x^3+x^2+x+2}}{(x+3)\sqrt{x+1}}$ v bodě $+\infty$. [$y = 2$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{x\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x^3-x+1}}$ v bodě $+\infty$. [$y = \sqrt{2}$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt[3]{x^3+3x+2}}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ v bodě $-\infty$. [$y = -\frac{1}{2}$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{1+3x+9x^2}}{\sqrt[3]{x^3+x^2+x+1}}$ v bodě $-\infty$. [$y = -3$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{2x^2+x+2}\sqrt{2x^2-x+2}}{(x+2)\sqrt{x^2+x+1}}$ v bodě $+\infty$. [$y = 2$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{(x-1)\sqrt{x^2+3x+4}}{\sqrt{x^4+2x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. [$y = -1$]

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \frac{\sqrt{x^4-3x^3+2x+4}}{(2x+3)^2}$ v bodě $-\infty$. [$y = \frac{1}{4}$]

Příklad 2

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 - 2x)^{\cos x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -2x$; $2x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[2x]{x}$ v bodě $[1; f(1)]$.
[$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$; $x - 2y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^{x(x+1)}$ v bodě $[1; f(1)]$.
[$y - 1 = 2(x - 1)$; $2x - y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 - 3x)^{e^x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -3x$; $3x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2 \sin x)^{\cos x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 2x$; $2x - y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + 2 \sin x)^{x+1}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 2x$; $2x - y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 - 3 \sin x)^{\cos x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -3x$; $3x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \cos x)^{2 \sin x}$ v bodě $[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)]$.
[$y - 1 = -2(x - \frac{1}{2}\pi)$; $2x + y - 1 - \pi = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \operatorname{tg} x)^{x-2}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -2x$; $2x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2 \ln x)^x$ v bodě $[1; f(1)]$.
[$y - 1 = 2(x - 1)$; $2x - y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 2x$; $2x - y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\operatorname{tg} x)^x$ v bodě $[\frac{1}{4}\pi; f(\frac{1}{4}\pi)]$.
[$y - 1 = \frac{\pi}{2}(x - \frac{\pi}{4})$; $\pi x - 2y + 2 - \frac{1}{4}\pi^2 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + \sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 2x$; $2x - y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + 2 \cos x)^x$ v bodě $[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)]$.
[$y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})$; $2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + \sin 2x)^x$ v bodě $[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)]$.
[$y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})$; $2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (e^x - 3 \sin x)^{\cos 2x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -2x$; $2x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (x + \ln x)^{2x}$ v bodě $[1; f(1)]$.
[$y - 1 = 4(x - 1)$; $4x - y - 3 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x)^{2x-1}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -x$; $x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2 \operatorname{arcsin} x)^{x-2}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -4x$; $4x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + x)^{\operatorname{arccos} x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = \frac{\pi}{2} x$; $\pi x - 2y + 2 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (2e^x - \cos x)^{2x+1}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 2x$; $2x - y + 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (e^x - 2 \sin x)^{1-2x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = -x$; $x + y - 1 = 0$]

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (e^x + \operatorname{tg} x)^{2-x}$ v bodě $[0; f(0)]$.
[$y - 1 = 4x$; $4x - y + 1 = 0$]

Příklad 3

| | |
|---|---------------------------------|
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$. | $\left[-\frac{1}{2} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} \right)$. | $\left[-\frac{1}{2} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$. | $\left[\frac{1}{6} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$. | $\left[e^{-1/2} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 1} (x^x - 1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$. | $\left[-\frac{2}{\pi} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi - 2 \operatorname{arctg} x)$. | $\left[2 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$. | $\left[-2 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \cdot \ln x$. | $\left[-\frac{2}{\pi} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arccos \frac{1}{x} \right)$. | $\left[2 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{arctg} x - x}$. | $\left[-\frac{1}{2} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{x^3}$. | $\left[-\frac{1}{6} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 3x)^{1/\ln x}$. | $\left[e \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$. | $\left[\frac{9}{4} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$. | $\left[\frac{1}{6} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{\cos x - \sin x}$. | $\left[e^{-1} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1 + \operatorname{tg} 2x}$. | $\left[e^2 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin(\cos x) \cdot \operatorname{tg} x$. | $\left[1 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$. | $\left[e^{-1} \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^2}$. | $\left[1 \right]$ |
| Najděte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}$. | $\left[e^{-2/\pi} \right]$ |

Příklad 4

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x + 1)^2}$.

[na $(-\infty, -1)$ a $(\frac{7}{5}, +\infty)$ rostoucí; na $(-1, \frac{7}{5})$ klesající; lokální minimum v $\frac{7}{5}$]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x - 2)^2}$.

[na $(-\infty, -\frac{7}{4})$ a $(2, +\infty)$ klesající; na $(-\frac{7}{4}, 2)$ rostoucí; lokální minimum v $-\frac{7}{4}$]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \sqrt{x - x^2}$.

[na $(0, \frac{1}{2})$ rostoucí; na $(\frac{1}{2}, 1)$ klesající; v bodě $\frac{1}{2}$ lokální maximum]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = x\sqrt[3]{1 - x}$.

[na $(-\infty, \frac{3}{4})$ rostoucí; na $(\frac{3}{4}, +\infty)$ klesající; v bodě $\frac{3}{4}$ lokální maximum]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \sqrt{x} \ln x$.

[na $(0, e^{-2})$ klesající; na $(e^{-2}, +\infty)$ rostoucí; v bodě e^{-2} lokální minimum]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

[na $(0, 1)$ a $(e^2, +\infty)$ klesající; na $(1, e^2)$ rostoucí; v bodě 1 lokální minimum a v bodě e^2 lokální maximum]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = x \ln^2 x$.

[na $(0, e^{-2})$ a $(1, +\infty)$ rostoucí; na $(e^{-2}, 1)$ klesající; v bodě e^{-2} lokální maximum a v bodě 1 lokální minimum]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$.

[klesající na $(-\infty, +\infty)$]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \ln \frac{3 - x}{|x + 5|}$.

[rostoucí v $(-\infty, -5)$; klesající v $(-5, 3)$; nemá lokální extrém]

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2}$.

[rostoucí v $(-\infty, 1)$; klesající v $(1, \infty)$; v bodě 1 lokální maximum]

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x + 1)^2}$ na intervalu $\langle 0, 4 \rangle$.

[maximum je $f(0) = 2$ a minimum $f(\frac{7}{5}) = -\frac{1}{24}$]

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x - 2)^2}$ na intervalu $\langle -4, 1 \rangle$.

[maximum je $f(1) = 8$ a minimum $f(-\frac{7}{4}) = -\frac{1}{15}$]

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x - 1)^2 e^{-|x|}$ na intervalu $\langle -3, 2 \rangle$.

[maximum je $f(-1) = 4e^{-1}$ a minimum $f(1) = 0$]

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x + 1)^2 e^{|x-1|}$ na intervalu $\langle -2, 3 \rangle$.

$$[\text{maximum je } f(3) = 16e^2 \text{ a minimum } f(-1) = 0]$$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$ na intervalu $\langle 1, e^2 \rangle$.

$$[\text{maximum je } f(e^2) = 2 + 2e^{-2} \text{ a minimum } f(2) = \ln 2 + 1]$$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \operatorname{arccotg} |x^2 - 2x - 8|$ na intervalu $\langle -3, 2 \rangle$.

$$[\text{maximum je } f(-2) = \operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2} \text{ a minimum } f(1) = \operatorname{arccotg} 9]$$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ na intervalu $\langle -1, 2 \rangle$.

$$[\text{maximum } f(-1) = \sqrt[3]{2}; \text{ minimum } f(2) = -\sqrt[3]{4}]$$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x - |\sin 2x|$ na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$.

$$[\text{maximum } f(\pi) = \pi; \text{ minimum } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x + |\sin 2x|$ na intervalu $\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle$.

$$[\text{maximum } f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ minimum } f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}]$$

Příklad 5

Napište definici suprema množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici infima množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici hromadného bodu množiny $M \subset \mathbb{R}^n$.

Napište definici tvrzení: Množina $M \subset \mathbb{R}^n$ je omezená.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$, kde $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je rostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je klesající.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je nerostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je neklesající.

Nechť je f zobrazení $f : X \rightarrow Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je na množinu Y .

Nechť je f zobrazení $f : X \rightarrow Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je prosté.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je rostoucí na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je klesající na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zprava $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zleva $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je spojitá v bodě a .

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace funkce $f(x)$ v bodě a .

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zprava funkce $f(x)$ v bodě a .

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zleva funkce $f(x)$ v bodě a .

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište Lagrangeovu větu o střední hodnotě.

Příklad 6

Tento příklad bude v prvním a druhém opravném testu místo příkladu 1.

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = (x^2 + y^2)^y, \quad v(x, y) = \frac{x - y}{x + y},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (x^2 + y^2)^y \left(\ln(x^2 + y^2) + \frac{2y^2}{x^2 + y^2} \right) \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{2x}{(x - y)^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{x^2 + y \sin xy}, \quad v(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x + y^2 \cos xy}{2\sqrt{x^2 + y \sin xy}} \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{y}{x^2 + y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{x^2 + y \sin xy}, \quad v(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\sin xy + xy \cos xy}{2\sqrt{x^2 + y \sin xy}} \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x}{x^2 + y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \ln(x^2 - xy + y^2), \quad v(x, y) = y \operatorname{tg} xy,$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\ln(x^2 - xy + y^2) + \frac{x(2x - y)}{x^2 - xy + y^2} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{y^2}{\cos^2 xy} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \ln(x^2 - xy + y^2), \quad v(x, y) = y \operatorname{tg} xy,$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x(2y-x)}{x^2-xy+y^2} \frac{\partial F}{\partial u} + \left(\operatorname{tg} xy + \frac{xy}{\cos^2 xy} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = y \arcsin(x - y), \quad v(x, y) = (x^2 + y^2) \ln xy,$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\arcsin(x - y) - \frac{y}{\sqrt{1 - (x - y)^2}} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \left(2y \ln xy + \frac{x^2 + y^2}{y} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2 + y^2}}, \quad v(x, y) = (x - y)^x,$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x + y\sqrt{x^2 + y^2}}{2\sqrt{xy + \sqrt{x^2 + y^2}}\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\partial F}{\partial u} + (x - y)^x \left(\ln(x - y) + \frac{x}{x - y} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = y^2 e^{\sin xy}, \quad v(x, y) = \sqrt{x^2 + \ln(x - y)},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (2y + xy^2 \cos xy) e^{\sin xy} \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{2(x - y)\sqrt{x^2 + \ln(x - y)}} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{xy},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x^2}{(1 + x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 y} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = (xy)^y, \quad v(x, y) = x \cos \frac{x + y}{x - y},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (xy)^y (\ln xy + 1) \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{2x^2}{(x-y)^2} \sin \frac{x+y}{x-y} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \operatorname{tg} \frac{x}{y}, \quad v(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{xy}},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x^2}{y^2 \cos^2 xy^{-1}} \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{x^2 + y^2}{2y\sqrt{xy(x^2 - y^2)}} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = (x^2 + y^2)^x, \quad v(x, y) = \frac{\sin xy}{y},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = (x^2 + y^2)^x \left(\ln(x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{x^2 + y^2} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \cos xy \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = (x^2 + y^2)^x, \quad v(x, y) = \frac{\sin xy}{y},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy(x^2 + y^2)^{x-1} \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{xy \cos xy - \sin xy}{y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + xy + y^2}, \quad v(x, y) = \frac{xy}{x-y},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x + y}{2(1 + x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + xy + y^2}} \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{y^2}{(x-y)^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = y \cos \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \ln \frac{x+y}{x-y},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\cos \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \sqrt{x^2 + y^2} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{2x}{x^2 - y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \sin xy, \quad v(x, y) = \left(\frac{x}{y} \right)^x,$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = (\sin xy + xy \cos xy) \frac{\partial F}{\partial u} + \left(\frac{x}{y} \right)^x \left(\ln \frac{x}{y} + 1 \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \sin xy, \quad v(x, y) = \left(\frac{x}{y} \right)^x,$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = x^2 \cos xy \frac{\partial F}{\partial u} - \left(\frac{x}{y} \right)^{x+1} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{xy}}, \quad v(x, y) = (y - x) \operatorname{tg} xy,$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x^2 - y^2}{2x\sqrt{xy(x^2 + y^2)}} \frac{\partial F}{\partial u} + \left(-\operatorname{tg} xy + \frac{y(y - x)}{\cos^2 xy} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = (y - x) \operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \frac{(x + y)^2}{xy},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(-\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x(y - x)}{\sqrt{x^2 + y^2} \cos^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 y} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}, \quad v(x, y) = y^{x^2+y^2},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x}{(x+y)\sqrt{x^2-y^2}} \frac{\partial F}{\partial u} + y^{x^2+y^2} \left(2y \ln y + \frac{x^2+y^2}{y} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2 - y^2}}, \quad v(x, y) = x \operatorname{tg}(xe^y),$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y\sqrt{x^2-y^2} + x}{2\sqrt{x^2-y^2}\sqrt{xy + \sqrt{x^2-y^2}}} \frac{\partial F}{\partial u} + \left(\operatorname{tg}(xe^y) + \frac{xe^y}{\cos^2(xe^y)} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2 - y^2}}, \quad v(x, y) = x \operatorname{tg}(xe^y),$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x\sqrt{x^2-y^2} - y}{2\sqrt{x^2-y^2}\sqrt{xy + \sqrt{x^2-y^2}}} \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 e^y}{\cos^2(xe^y)} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \ln(\cos xy), \quad v(x, y) = \sqrt{\frac{xy}{x-y}},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = -x^2 \operatorname{tg} xy \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2}{2(x-y)\sqrt{xy(x-y)}} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \sin \sqrt{x+y}, \quad v(x, y) = (x-y)^{x+y},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x \cos \sqrt{x+y}}{2\sqrt{x+y}} \frac{\partial F}{\partial u} + (x-y)^{x+y} \left(\ln(x-y) - \frac{x+y}{x-y} \right) \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = y \operatorname{tg}(e^{xy}), \quad v(x, y) = \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{xy}},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y^2 e^{xy}}{\cos^2 e^{xy}} \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 - y^2}{2x(x^2 + y^2)} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = y \operatorname{tg}(e^{xy}), \quad v(x, y) = \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{xy}},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\operatorname{tg} e^{xy} + \frac{xy e^{xy}}{\cos^2 e^{xy}} \right) \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{x^2 - y^2}{2y(x^2 + y^2)} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \operatorname{arctg} \sqrt{xy}, \quad v(x, y) = \cos \frac{x-y}{x^2 + y^2},$$

podle proměnné x .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\operatorname{arctg} \sqrt{xy} + \frac{\sqrt{xy}}{2(1+xy)} \right) \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 - 2xy - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \sin \frac{x-y}{x^2 + y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Nechť má funkce $F(u, v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x, y)$, která je definována vztahem $f(x, y) = F(u(x, y), v(x, y))$, kde

$$u(x, y) = x \operatorname{arctg} \sqrt{xy}, \quad v(x, y) = \cos \frac{x-y}{x^2 + y^2},$$

podle proměnné y .

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x^2}{2(1+xy)\sqrt{xy}} \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2 + 2xy - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \sin \frac{x-y}{x^2 + y^2} \frac{\partial F}{\partial v} \right]$$

Příklad 7

Tento příklad bude ve druhém opravném testu místo příkladu 2.

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 - z^2 + ze^{2xy+z} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = -2 dx + 2 dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; -2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + z \sin(x^2 + y^2 + z) = 3.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = -dx + \frac{3}{5} dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + \ln(x^2 - y^2 + z^2) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. [$dz = dx - dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 - x^2z + y^2z + y\sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = \frac{3}{4} dx$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2y - y^2z + z^2x + z \operatorname{tg}(z - xy) - x = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. [$dz = -\frac{1}{2} dx + dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 2; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3y + y^2z + xz^2 - z^3 + z \ln(y + xz) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 2]$. [$dz = 4 dx - 2 dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[2; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$xyz + xy^2 + yz^2 + ze^{\sin(x-y^2-z^2)} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[2; 1]$. [$dz = -dx + 5 dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + xz + yz^2 - 2 \operatorname{arctg}(xyz^2) = \frac{1}{2} \pi.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = -4 dx - 2 dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 + xyz - y - z\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$.

$$[dz = 2 dx - 3 dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz + \operatorname{tg}(x^2 + xy + y^2 - z) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$.

$$[dz = -3 dx - 3 dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 - xyz^3 + \ln \sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$.

$$[dz = dx - dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 0; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 - xyz + z \operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - z^2) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 0]$.

$$[dz = -dx - dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + x^2 + y^2 - 2xyz - ze^{\sin(x-z)} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$.

$$[dz = dx.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz - xz \ln \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$.

$$[dz = 0.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz - \operatorname{arctg}(x^2 + y^2 + 2xyz) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1; 1]$.

$$[dz = -dx - \frac{1}{2} dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 - y^3 - x^2z + yz^2 - \operatorname{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$.

$$[dz = dx - \frac{1}{2} dy.]$$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + x^2y + y^2z - ze^{\sin(z^2+xz+yz+xy)} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1; 1]$. [$dz = -dx$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2z^2 + y^2z - xy^2 - xyz + \operatorname{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. [$dz = \frac{1}{5} dx + \frac{2}{5} dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 2]$ jako řešení rovnice

$$xyz^2 + xz - yz + xy \ln \sqrt{z^2 - x^2 - y^2 + xy} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = -\frac{1}{8} dx + \frac{1}{8} dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + xz^2 - y^2z + xye^{\sin(x^2+yz)} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1; -1]$. [$dz = -2 dx + 2 dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2y + xz^2 + y^2z + xyz + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - y^2 + z^2} - \frac{1}{2} \pi = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. [$dz = \frac{1}{3} dx - \frac{1}{3} dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 - x^2y + y^2z + 3z^2 \sqrt[3]{x^2 - y + z^2} = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. [$dz = -\frac{1}{4} dx - dy$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 0; -1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 + xyz + z^2 - \operatorname{tg}(x^2 + yz - z^2) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 0]$. [$dz = -3 dx$.]

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[0; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$z^4 - xyz^2 + y^2z - \operatorname{arctg}(z^2 + xz - y^2) = 0.$$

Napište její diferenciál v bodě $[0; 1]$. [$dz = 0$.]
