Zápočtový test

Toto jsou příklady, ze kterých budou složeny započtové testy.

Každý test bude složen z pěti příkladů, které budou hodnoceny 0 – 5 body (pouze celá čísla) a výsledek je součet bodů z jednotlivých příkladů.

Pokud budete psát více testů, počítá se test, ze kterého dostanete nejvíc bodů. Minimální počet bodů pro získání zápočtu je **13**.

První test bude obsahovat příklady 1 – 5 a bude se psát na přednáškách **10.11.** Tento test je povinný. Pokud na něj bez omluvy nedorazíte, dostanete z testu 0 bodů.

Jestliže se z testu omluvíte, mužete psát tento test po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 1. opravný test.

Jestliže nejpozději do 2.11. nezačne kontaktní výuka, tento zápočtový test se psát nebude.

Ale pokud kontantní výuka začne nejpozději od 30.11., bude se psát zápočtový test na přednáškách **8.12.** a bude složen z příkladů 2 – 6. Opravný zápočtový test by se pak psal v pátek **8.1.** a byl by složen z příkladů 3 – 7.

Pokud začne kontaktní výuka později, zápočtový test se psát nebude a o udělení zápočtu rozhodne cvičící.

---

1. opravný test bude se bude psát v pátek **11.12.** a bude složen z příkladů 2 – 6. Tento test je povinný pro ty, kteří dostali z prvního testu méně než 13 bodů. Pokud se z testu neomluvíte, dostanete z něj 0 bodů.

Jestliže se z tohoto testu omluvíte, můžete jej napsat po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 2. opravný test.

---

2. opravný test se bude psát v pátek **8.1.** a bude složen z příkladů 3 – 7. Tento test je povinný pro ty, kteří z předchozích testů nezískali 13 nebo více bodů.

Jestliže ani po tomto testu nezískáte dostatečný počet bodů pro získání zápočtu, rozhoduje o udělení zápočtu cvičící.

Zápočet musíte získat nejpozději do konce zkouškového období zimního semestru.

Bez zápočtu nelze dělat zkoušku.

Příklad 1

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-n}$. $\left[\mathrm{e}^{-2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-3}{n+1}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{-8}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-n}{3-n}\right)^{2n-4}$. $\left[\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-1}{3n+2}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{10}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-2n}{5-2n}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+4}{n-4}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{-16}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-3n}{4-3n}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{2x+1}{2x-3}\right)^{1-3x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{1-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{3-4x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x+1}{3x-4}\right)^{3x+2}$. $\left[y=\mathrm{e}^{5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{3-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{4x+3}$. $\left[y=\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{1-3x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{2x-1}{2x-5}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^6\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{3x+4}{3x-1}\right)^{2-3x}$. $\left[y = \mathrm{e}^{-5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{4x+1}{4x-3}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^3\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+x+2}}{3x+4}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{8x^3+2x^2+x+6}}{3x+1}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^3+x^2+x+2}}{(x+3)\sqrt{x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{x\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x^3-x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = \sqrt{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+3x+2}}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{1+3x+9x^2}}{\sqrt[3]{x^3+x^2+x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -3\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{2x^2+x+2}\,\sqrt{2x^2-x+2}}{(x+2)\,\sqrt{x^2+x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{(x-1)\,\sqrt{x^2+3x+4}}{\sqrt{x^4+2x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -1\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^4-3x^3+2x+4}}{(2x+3)^2}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{4}\right]$

Příklad 2

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[2x]{x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = \frac{1}{2}(x-1)\,; \quad x - 2y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^{x(x+1)}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = 2(x-1)\,; \quad 2x - y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3x)^{\mathrm{e}^x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -3x\,; \quad 3x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + 2\sin x)^{x+1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -3x\,; \quad 3x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\cos x)^{2\sin x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -2(x - \frac{1}{2}\pi)\,; \quad 2x + y - 1 - \pi = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\operatorname{tg} x)^{x-2}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\ln x)^{x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = 2(x-1)\,; \quad 2x - y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\operatorname{tg} x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{4}\pi; f(\frac{1}{4}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = \frac{\pi}{2}(x - \frac{\pi}{4})\,; \quad \pi x - 2y + 2 - \frac{1}{4}\pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x + \sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + 2\cos x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x + \sin 2x)^{x}$ v bodě $\big[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\big]$.
$\big[y - 1 = -\pi(x - \frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x + 2y - 2 - \pi^2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x - 3\sin x)^{\cos 2x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -2x\,; \quad 2x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (x + \ln x)^{2x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.
$\big[y - 1 = 4(x - 1)\,; \quad 4x - y - 3 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x)^{2x-1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2\arcsin x)^{x-2}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -4x\,; \quad 4x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + x)^{\arccos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = \frac{\pi}{2}\,x\,; \quad \pi x - 2y + 2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (2\mathrm{e}^x - \cos x)^{2x+1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x - 2\sin x)^{1-2x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x + \operatorname{tg} x)^{2-x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.
$\big[y - 1 = 4x\,; \quad 4x - y + 1 = 0\big]$

Příklad 3

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\Big(\dfrac{1}{\mathrm{e}^x-1}-\dfrac{1}{x}\Big)$. $\Big[-\frac{1}{2}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\Big(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\Big)$. $\Big[-\frac{1}{2}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\Big(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\Big)$. $\Big[\frac{1}{6}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\big(\cos x\big)^{1/x^2}$. $\Big[\mathrm{e}^{-1/2}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\big(x^x-1\big)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$. $\Big[-\frac{2}{\pi}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\pi-2\operatorname{arctg}x)$. $\Big[2\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-x}{1-x+\ln x}$. $\Big[-2\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}\cdot\ln x$. $\Big[-\frac{2}{\pi}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to+\infty}x\Big(\pi-2\arccos\dfrac{1}{x}\Big)$. $\Big[2\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{\operatorname{arctg}x-x}$. $\Big[-\frac{1}{2}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{x^3}$. $\Big[-\frac{1}{6}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 3x)^{1/\ln x}$. $\Big[\mathrm{e}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$. $\Big[\frac{9}{4}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\sin x}}{x^3}$. $\Big[\frac{1}{6}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{\cos x-\sin x}$. $\Big[\mathrm{e}^{-1}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1+\operatorname{tg}2x}$. $\Big[\mathrm{e}^2\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to\pi/2}\sin(\cos x)\cdot\operatorname{tg}x$. $\Big[1\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to\pi/4}(\operatorname{tg}x)^{\operatorname{tg}2x}$. $\Big[\mathrm{e}^{-1}\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^x-1}{x^2}$. $\Big[1\Big]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{1/x}$. $\Big[\mathrm{e}^{-2/\pi}\Big]$

Příklad 4

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{(x+1)^2}$.

$\big[$na $(-\infty, -1)$ a $(\frac{7}{5}, +\infty)$ rostoucí; na $(-1, \frac{7}{5})$ klesající; lokální minimum v $\frac{7}{5}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{(x-2)^2}$.

$\big[$na $(-\infty, -\frac{7}{4})$ a $(2, +\infty)$ klesající; na $(-\frac{7}{4}, 2)$ rostoucí; lokální minimum v $-\frac{7}{4}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x - x^2}$.

$\big[$na $\langle 0, \frac{1}{2})$ rostoucí; na $(\frac{1}{2}, 1\rangle$ klesající; v bodě $\frac{1}{2}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\sqrt[3]{1-x}$.

$\big[$na $(-\infty, \frac{3}{4})$ rostoucí; na $(\frac{3}{4}, +\infty)$ klesající; v bodě $\frac{3}{4}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x}\,\ln x$.

$\big[$na $(0, \mathrm{e}^{-2})$ klesající; na $(\mathrm{e}^{-2}, +\infty)$ rostoucí; v bodě e^{-2} lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{\ln^2 x}{x}$.

$\big[$na $(0, 1)$ a $(\mathrm{e}^2, +\infty)$ klesající; na $(1, \mathrm{e}^2)$ rostoucí; v bodě 1 lokální minimum a v bodě e^2 lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\ln^2 x$.

$\big[$na $(0, \mathrm{e}^{-2})$ a $(1, +\infty)$ rostoucí; na $(\mathrm{e}^{-2}, 1)$ klesající; v bodě e^{-2} lokální maximum a v bodě 1 lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$.

$\big[$klesající na $(-\infty, +\infty)\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln\dfrac{3-x}{|x+5|}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty, -5)$; klesající v $(-5, 3)$; nemá lokální extrém$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{1+x^2}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty, 1)$; klesající v $(1, \infty)$; v bodě 1 lokální maximum$\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{(x+1)^2}$ na intervalu $\langle 0, 4\rangle$.

$\big[$maximum je $f(0) = 2$ a minimum $f(\frac{7}{5}) = -\frac{1}{24}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{(x-2)^2}$ na intervalu $\langle -4, 1\rangle$.

$\big[$maximum je $f(1) = 8$ a minimum $f(-\frac{7}{4}) = -\frac{1}{15}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x-1)^2\mathrm{e}^{-|x|}$ na intervalu $\langle -3, 2\rangle$.

$\big[$maximum je $f(-1) = 4\mathrm{e}^{-1}$ a minimum $f(1) = 0\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x+1)^2\mathrm{e}^{|x-1|}$ na intervalu $\langle -2, 3\rangle$.

$\big[\text{maximum je } f(3) = 16\mathrm{e}^2 \text{ a minimum } f(-1) = 0\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \ln x + \dfrac{2}{x}$ na intervalu $\langle 1, \mathrm{e}^2\rangle$.

$\big[\text{maximum je } f(\mathrm{e}^2) = 2 + 2\mathrm{e}^{-2} \text{ a minimum } f(2) = \ln 2 + 1\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \operatorname{arccotg} |x^2 - 2x - 8|$ na intervalu $\langle -3, 2\rangle$.

$\big[\text{maximum je } f(-2) = \operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2} \text{ a minimum } f(1) = \operatorname{arccotg} 9\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ na intervalu $\langle -1, 2\rangle$.

$\big[\text{maximum } f(-1) = \sqrt[3]{2}\text{; minimum } f(2) = -\sqrt[3]{4}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x - |\sin 2x|$ na intervalu $\langle 0, \pi\rangle$.

$\big[\text{maximum } f(\pi) = \pi\text{; minimum } f(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x + |\sin 2x|$ na intervalu $\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\rangle$.

$\big[\text{maximum } f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{; minimum } f(-\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}\big]$

Příklad 5

Napište definici suprema množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici infima množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici hromadného bodu množiny $M \subset \mathbb{R}^n$.

Napište definici tvrzení: Množina $M \subset \mathbb{R}^n$ je omezená.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení $\lim_{n\to\infty} a_n = A$, kde $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je rostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je klesající.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je nerostoucí.

Nechť je a_n posloupnost reálných čísel. Napište definici tvrzení posloupnost a_n je neklesající.

Nechť je f zobrazení $f : X \to Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je na množinu Y.

Nechť je f zobrazení $f : X \to Y$. Napište definici tvrzení: Zobrazení f je prosté.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je rostoucí na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je klesající na množině $M \subset D_f$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zprava $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu zleva $A \in \mathbb{R}$.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definici tvrzení: Funkce $f(x)$ je spojitá v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zprava funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište definice derivace zleva funkce $f(x)$ v bodě a.

Nechť je $f(x)$ reálná funkce jedné reálné proměnné. Napište Lagrangeovu větu o střední hodnotě.

Příklad 6

Tento příklad bude v prvním a druhém opravném testu místo **příkladu 1.**

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \big(x^2+y^2\big)^y\,, \qquad v(x,y) = \frac{x-y}{x+y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (x^2+y^2)^y \left(\ln\big(x^2+y^2\big) + \frac{2y^2}{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{2x}{(x+y)^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{x^2 + y\sin xy}\,, \qquad v(x,y) = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x + y^2\cos xy}{2\sqrt{x^2+y\sin xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{y}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{x^2 + y\sin xy}\,, \qquad v(x,y) = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\sin xy + xy\cos xy}{2\sqrt{x^2+y\sin xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\ln(x^2 - xy + y^2)\,, \qquad v(x,y) = y\operatorname{tg} xy\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\ln(x^2-xy+y^2) + \frac{x(2x-y)}{x^2-xy+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{y^2}{\cos^2 xy}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\ln(x^2 - xy + y^2)\,, \qquad v(x,y) = y\operatorname{tg} xy\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x(2y-x)}{x^2-xy+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \left(\operatorname{tg} xy + \frac{xy}{\cos^2 xy}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y\arcsin(x-y)\,, \qquad v(x,y) = (x^2+y^2)\ln xy\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\arcsin(x-y) - \frac{y}{\sqrt{1-(x-y)^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \left(2y\ln xy + \frac{x^2+y^2}{y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{xy+\sqrt{x^2+y}}\,, \qquad v(x,y) = (x-y)^x\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x+y\sqrt{x^2+y}}{2\sqrt{xy+\sqrt{x^2+y}}\,\sqrt{x^2+y}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + (x-y)^x\left(\ln(x-y) + \frac{x}{x-y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y^2\mathrm{e}^{\sin xy}\,, \qquad v(x,y) = \sqrt{x^2+\ln(x-y)}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \big(2y + xy^2\cos xy\big)\mathrm{e}^{\sin xy}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{2(x-y)\sqrt{x^2+\ln(x-y)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{x^2-y^2}{xy}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2} + \frac{x^2}{(1+x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2+y^2}{x^2y}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (xy)^y\,, \qquad v(x,y) = x\cos\frac{x+y}{x-y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = (xy)^y\big(\ln xy + 1\big)\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{2x^2}{(x-y)^2}\,\sin\frac{x+y}{x-y}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\,\mathrm{tg}\,\frac{x}{y}\,, \qquad v(x,y) = \sqrt{\frac{x^2-y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x^2}{y^2\cos^2 xy^{-1}}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{x^2+y^2}{2y\sqrt{xy(x^2-y^2)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (x^2+y^2)^x\,, \qquad v(x,y) = \frac{\sin xy}{y}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = (x^2+y^2)^x\left(\ln(x^2+y^2) + \frac{2x^2}{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \cos xy\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (x^2+y^2)^x\,, \qquad v(x,y) = \frac{\sin xy}{y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy(x^2+y^2)^{x-1}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{xy\cos xy - \sin xy}{y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \mathrm{arctg}\,\sqrt{x^2+xy+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{xy}{x-y}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x+y}{2(1+x^2+xy+y^2)\sqrt{x^2+xy+y^2}}\,\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{y^2}{(x-y)^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y\cos\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \ln\frac{x+y}{x-y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\cos\sqrt{x^2+y^2} - \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\sin\sqrt{x^2+y^2}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{2x}{x^2-y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\sin xy\,, \qquad v(x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^x\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \big(\sin xy + xy\cos xy\big)\,\frac{\partial F}{\partial u} + \left(\frac{x}{y}\right)^x\left(\ln\frac{x}{y}+1\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\sin xy\,, \qquad v(x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^x\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = x^2\cos xy\,\frac{\partial F}{\partial u} - \left(\frac{x}{y}\right)^{x+1}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,, \qquad v(x,y) = (y-x)\,\mathrm{tg}\,xy\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x^2-y^2}{2x\sqrt{xy(x^2+y^2)}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \left(-\,\mathrm{tg}\,xy + \frac{y(y-x)}{\cos^2 xy}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = (y-x)\,\mathrm{tg}\,\sqrt{x^2+y^2}\,, \qquad v(x,y) = \frac{(x+y)^2}{xy}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(-\,\mathrm{tg}\,\sqrt{x^2+y^2} + \frac{x(y-x)}{\sqrt{x^2+y^2}\,\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2-y^2}{x^2y}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\,, \qquad v(x,y) = y^{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x}{(x+y)\sqrt{x^2-y^2}}\,\frac{\partial F}{u} + y^{x^2+y^2}\left(2y\ln y + \frac{x^2+y^2}{y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2-y^2}}\,, \qquad v(x,y) = x\,\mathrm{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big)\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y\sqrt{x^2-y^2}+x}{2\sqrt{x^2-y^2}\,\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \left(\mathrm{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big) + \frac{x\mathrm{e}^y}{\cos^2(x\mathrm{e}^y)}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = \sqrt{xy + \sqrt{x^2-y^2}}\,, \qquad v(x,y) = x\,\mathrm{tg}\big(x\mathrm{e}^y\big)\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x\sqrt{x^2-y^2}-y}{2\sqrt{x^2-y^2}\sqrt{xy+\sqrt{x^2-y^2}}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2\mathrm{e}^y}{\cos^2(x\mathrm{e}^y)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\ln\big(\cos xy\big)\,, \qquad v(x,y) = \sqrt{\frac{xy}{x-y}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = -x^2\,\mathrm{tg}\,xy\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2}{2(x-y)\sqrt{xy(x-y)}}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\sin\sqrt{x+y}\,, \qquad v(x,y) = (x-y)^{x+y}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x\cos\sqrt{x+y}}{2\sqrt{x+y}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + (x-y)^{x+y}\left(\ln(x-y) - \frac{x+y}{x-y}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y\,\mathrm{tg}\big(\mathrm{e}^{xy}\big)\,, \qquad v(x,y) = \ln\sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y^2\mathrm{e}^{xy}}{\cos^2\mathrm{e}^{xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2-y^2}{2x(x^2+y^2)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = y\,\mathrm{tg}\big(\mathrm{e}^{xy}\big)\,, \qquad v(x,y) = \ln\sqrt{\frac{x^2+y^2}{xy}}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\mathrm{tg}\,\mathrm{e}^{xy} + \frac{xy\mathrm{e}^{xy}}{\cos^2\mathrm{e}^{xy}}\right)\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{x^2-y^2}{2y(x^2+y^2)}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{xy}\,, \qquad v(x,y) = \cos\frac{x-y}{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné x.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\mathrm{arctg}\,\sqrt{xy} + \frac{\sqrt{xy}}{2(1+xy)}\right)\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2-2xy-y^2}{(x^2+y^2)^2}\,\sin\frac{x-y}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Nechť má funkce $F(u,v)$ spojité parciální derivace. Najděte parciální derivaci funkce $f(x,y)$, která je definována vztahem $f(x,y) = F\big(u(x,y), v(x,y)\big)$, kde

$$u(x,y) = x\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{xy}\,, \qquad v(x,y) = \cos\frac{x-y}{x^2+y^2}\,,$$

podle proměnné y.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x^2}{2(1+xy)\sqrt{xy}}\,\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{x^2+2xy-y^2}{(x^2+y^2)^2}\,\sin\frac{x-y}{x^2+y^2}\,\frac{\partial F}{\partial v}\,.\right]$$

Příklad 7

Tento příklad bude ve druhém opravném testu místo **příkladu 2.**

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 - z^2 + z\mathrm{e}^{2xy+z} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -2\,\mathrm{d}x + 2\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; -2]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + z\sin(x^2 + y^2 + z) = 3\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x + \tfrac{3}{5}\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + \ln(x^2 - y^2 + z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = \,\mathrm{d}x - \,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 - x^2z + y^2z + y\sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = \tfrac{3}{4}\,\mathrm{d}x\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2y - y^2z + z^2x + z\,\mathrm{tg}(z - xy) - x = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}x + \,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 2; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3y + y^2z + xz^2 - z^3 + z\ln(y + xz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 2]$. $\big[\,\mathrm{d}z = 4\,\mathrm{d}x - 2\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[2; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$xyz + xy^2 + yz^2 + z\mathrm{e}^{\sin(x-y^2-z^2)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[2; 1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x + 5\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + xz + yz^2 - 2\,\mathrm{arctg}(xyz^2) = \tfrac{1}{2}\,\pi\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -4\,\mathrm{d}x - 2\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 + xyz - y - z\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = 2\,\mathrm{d}x - 3\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; -1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz + \operatorname{tg}(x^2 + xy + y^2 - z) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; -1]$. $\left[\mathrm{d}z = -3\,\mathrm{d}x - 3\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 - y^2 + z^2 - xyz^3 + \ln\sqrt{x^2 + y^2 - z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = \mathrm{d}x - \mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 0; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 - xyz + z\operatorname{arctg}(x^2 + y^2 - z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 0]$. $\left[\mathrm{d}z = -\mathrm{d}x - \mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + x^2 + y^2 - 2xyz - z\mathrm{e}^{\sin(x-z)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = \mathrm{d}x\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz - xz\ln\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = 0\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz - \operatorname{arctg}(x^2 + y^2 + 2xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = -\mathrm{d}x - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[1; 1; 1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 - y^3 - x^2z + yz^2 - \operatorname{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1; 1]$. $\left[\mathrm{d}z = \mathrm{d}x - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}y\,.\right]$

Nechť je funkce $z = z(x, y)$ definována v okolí bodu $[-1; 1; -1]$ jako řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 + x^2y + y^2z - z\mathrm{e}^{\sin(z^2+xz+yz+xy)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1;1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\,\mathrm{d}x\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;1;1]$ jako řešení rovnice

$$x^2z^2 + y^2z - xy^2 - xyz + \operatorname{tg}(z^2 - x^2 - y^2 + xyz) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = \frac{1}{5}\,\mathrm{d}x + \frac{2}{5}\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;-1;2]$ jako řešení rovnice

$$xyz^2 + xz - yz + xy\ln\sqrt{z^2 - x^2 - y^2 + xy} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;-1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\frac{1}{8}\,\mathrm{d}x + \frac{1}{8}\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[-1;-1;1]$ jako řešení rovnice

$$z^3 + xz^2 - y^2z + xy\mathrm{e}^{\sin(x^2+yz)} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[-1;-1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -2\,\mathrm{d}x + 2\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;-1;1]$ jako řešení rovnice

$$x^2y + xz^2 + y^2z + xyz + 2\operatorname{arctg}\sqrt{x^2 - y^2 + z^2} - \tfrac{1}{2}\,\pi = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;-1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = \frac{1}{3}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{3}\,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;1;-1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 - x^2y + y^2z + 3z^2\sqrt[3]{x^2 - y + z^2} = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -\frac{1}{4}\,\mathrm{d}x - \,\mathrm{d}y\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[1;0;-1]$ jako řešení rovnice

$$xz^3 + xyz + z^2 - \operatorname{tg}(x^2 + yz - z^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[1;0]$. $\big[\,\mathrm{d}z = -3\,\mathrm{d}x\,.\big]$

Nechť je funkce $z = z(x,y)$ definována v okolí bodu $[0;1;-1]$ jako řešení rovnice

$$z^4 - xyz^2 + y^2z - \operatorname{arctg}(z^2 + xz - y^2) = 0\,.$$

Napište její diferenciál v bodě $[0;1]$. $\big[\,\mathrm{d}z = 0\,.\big]$