Plošné integrály

Určete těžiště části roviny $x+y+z=1$, která leží v prvním oktantu $x>0$, $y>0$, $z>0$ a hustota rozložení hmoty je rovna jedné. $\left[x_T = y_T = z_T = \dfrac{1}{3}\right]$

Spočtěte $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \frac{1}{(1+x+y)^2}\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je hranice čtyřstěnu ohraničeného rovinou $x+y+z=1$ a souřadnicovými rovinami. $\left[\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\left(\sqrt{3}+\ln 4\right)\right]$

Určete těžiště plochy $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2=2z\,;\ 0<z<2\right\}$, je-li hustota rozložení hmoty rovna jedné. $\left[x_T = y_T = 0\,,\ z_T = \dfrac{1}{5}\,\dfrac{25\sqrt{5}+1}{5\sqrt{5}-1}\right]$

Určete obsah plochy $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2=R^2\,,\ x^2+y^2<Rx\,,\ z>0\right\}$. $\left[R^2(\pi-2)\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (x^2+y^2)\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je hranice tělesa $\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1$. $\left[\dfrac{\pi}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)\right]$

Spočtěte $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} |xyz|\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ z=x^2+y^2\,,\ 0<z<1\right\}$. $\left[\dfrac{25\sqrt{5}}{84}-\dfrac{1}{420}\right]$

Spočtěte momenty setrvačnosti plochy $\mathcal{S}$ vzhledem k osám soustavy souřadnic, je-li plocha $\mathcal{S}$ hranicí tělesa $\mathcal{V} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2<z^2\,,\ 0<z<1\right\}$ a hustota rozložení hmoty se rovná jedné. $\left[J_x = J_y = \dfrac{\pi}{4}\left(3\sqrt{2}+5\right)\,,\ J_z = \dfrac{\pi}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)\right]$

Určete souřadnice těžiště plochy $\mathcal{S}$, která je částí kulové plochy $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 = a^2\,,\ x>0\,,\ y>0\,,\ z>0\right\}$ a hustota rozložení hmoty je $f(x,y,z)=z$. $\left[x_T = y_T = \dfrac{4a}{3\pi}\,;\ z_T = \dfrac{2}{3}\,a\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \frac{\mathrm{d}S}{(1+x+y)^2}$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x+y+z=1\,,\ x>0\,,\ y>0\,,\ z>0\right\}$. $\left[\sqrt{3}\left(\ln 2-\dfrac{1}{2}\right)\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} z\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je část šroubové plochy dané parametricky rovnicemi: $x=\rho\cos\varphi$, $y=\rho\sin\varphi$, $z=\varphi$; $0<\rho<1$, $0<\varphi<2\pi$. $\left[\pi^2\left(\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2})\right)\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (xy+yz+xz)\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je část kuželové plochy $z=\sqrt{x^2+y^2}$, která leží uvnitř válce $x^2+y^2<2x$. $\left[\dfrac{64}{15}\sqrt{2}\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (x+y+z)\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2=R^2\,,\ z>0\right\}$. $\left[\pi R^3\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je dána parametrickými rovnicemi $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=v$; $0<u<a$, $0<v<\dfrac{\pi}{2}$. $\left[\dfrac{1}{3}\left((1+a^2)^{3/2}-1\right)\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\iint_{\mathcal{S}} z^2 \,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je část kuželové plochy $x = r\cos\varphi\sin\alpha$, $y = r\sin\varphi\sin\alpha$, $z = r\cos\alpha$; $0 < r < a$, $0 < \varphi < 2\pi$, $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ je konstanta. $\left[\dfrac{\pi}{2}\, a^4\cos^2\alpha\sin\alpha\right]$

Najděte obsah části plochy $az = xy$, která leží uvnitř válce $x^2 + y^2 = a^2$. $\left[\dfrac{2}{3}\,\pi a^2(2\sqrt{2} - 1)\right]$

Najděte obsah části plochy $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, která leží uvnitř válce $x^2 + y^2 = 2x$. $[\pi\sqrt{2}]$

Najděte obsah části plochy $x^2+y^2 = 2az$, která leží uvnitř válce $(x^2+y^2)^2 = 2a^2xy$. $\left[\dfrac{a^2}{9}\,(20 - 3\pi)\right]$

Najděte obsah části plochy $(x^2 + y^2)^{3/2} + z = 1$, která leží nad rovinou $z = 0$.
$\left[\dfrac{\pi}{6}\,\bigl(3\sqrt{10} + \ln(3 + \sqrt{10})\bigr)\right]$

Najděte obsah části kulové plochy s poloměrem R omezené dvěma poledníky φ_1, φ_2 a dvěma rovnoběžkami θ_1, θ_2. $\left[(\varphi_2 - \varphi_1)(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)R^2\right]$

Najděte obsah části anuloidu $x = (b + a\cos\psi)\cos\varphi$, $y = (b + a\cos\psi)\sin\varphi$, $z = a\sin\psi$, $0 < a \le b$, omezeného dvěma poledníky φ_1, φ_2 a dvěma rovnoběžkami ψ_1, ψ_2. Jaká je plocha tohoto anuloidu?
$\left[a(\varphi_2 - \varphi_1)\bigl(b(\psi_2 - \psi_1) + a(\sin\psi_2 - \sin\psi_1)\bigr)\ ;\ 4\pi^2 ab\right]$

Určete hmotnost plochy $\mathcal{S} = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ;\ z^2 + y^2 = 1\ ,\ 0 < x < 2\right\}$, kde hustota rozložení hmoty je $f(x, y, z) = \dfrac{k}{x^2 + y^2 + z^2}$. $[2\pi k \operatorname{arctg} 2]$

Najděte hmotnost parabolické skořepiny $z = \dfrac{1}{2}\,(x^2 + y^2)$, $0 \le z \le 1$, jejíž hustota se mění podle vztahu $\rho(x, y, z) = z$. $\left[\dfrac{2\pi}{15}\,(\sqrt{2} + 1)\right]$

Najděte hmotnost polokoule $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z > 0$, je-li její hustota v bodě $M = [x; y; z]$ rovna $\dfrac{z}{a}$. $[\pi a^2]$

Najděte statické momenty homogenní trojúhelníkové desky $x + y + z = a$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$, vzhledem k souřadnicovým rovinám. $\left[S_{xy} = S_{xz} = S_{yz} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\, a^3\right]$

Určete souřadnice těžiště homogenní plochy $\mathcal{S} = \left\{((x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ;\ Rz = h\sqrt{x^2 + y^2}\ ,\ 0 < z < h\right\}$.
$\left[x_T = y_T = 0\ ,\ z_T = \dfrac{2}{3}\, h\right]$

Určete souřadnice těžiště plochy $\mathcal{S} = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ;\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2\ ,\ z \ge 0\right\}$, je-li hustota rozložení hmoty rovna $f(x, y, z) = k\left(x^2 + y^2\right)$. $\left[x_T = y_T = 0\ ,\ z_T = \dfrac{3}{8}\, R\right]$

Najděte souřadnice těžiště části homogenní plochy $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, která leží uvnitř plochy $x^2+y^2 = ax$. $\left[x_T = \dfrac{a}{2}\ ,\ y_T = 0\ ,\ z_T = \dfrac{16a}{9\pi}\right]$

Určete momenty setrvačnosti kulové plochy o poloměru R vzhledem k souřadnicovým osám, je-li hustota rozložení 1. $\left[J_x = J_y = J_z = \dfrac{8}{3}\,\pi R^4\right]$

Určete momenty setrvačnosti plochy $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ Rz = h\sqrt{x^2+y^2}\,,\ 0 < z < h\right\}$ vzhledem k souřadnicovým osám, je-li hustota rovna jedné.

$\left[J_x = J_y = \dfrac{\pi}{4}\,R\left(2h^2+R^2\right)\sqrt{R^2+h^2}\,,\ J_z = \dfrac{\pi}{2}\,R^3\sqrt{R^2+h^2}\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \frac{\mathrm{d}S}{x^2+y^2+z^2}$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2 = R^2\,,\ 0 < z < h\right\}$. $\left[2\pi \operatorname{arctg} \dfrac{h}{R}\right]$

Stanovte hmotnost koule o poloměru R a středu v počátku, je-li hustota rozložení hmoty rovna $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2}$. $\left[\pi^2 R^3\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (x+y+z)\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S}$ je hranice krychle $(0,1)\times(0,1)\times(0,1)$. [9]

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} z\,\mathrm{d}S$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ z = x^2+y^2\,,\ 0 < z < 1\right\}$. $\left[\dfrac{\pi}{60}\left(25\sqrt{5}+1\right)\right]$

Určete obsah plochy $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 = a^2\,,\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2} < 1\,,\ 0 < b < a\right\}$.

$\left[8a^2 \arcsin \dfrac{b}{a}\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle F(t) = \iint\limits_{x^2+y^2+z^2=t^2} f(x,y,z)\,\mathrm{d}S$, kde

$$f(x,y,z) = \begin{cases} x^2+y^2 & \text{pro } z \geq \sqrt{x^2+y^2} \\ 0 & \text{pro } z < \sqrt{x^2+y^2}\,. \end{cases}$$

$\left[\dfrac{\pi}{3}\left(4 - \dfrac{5}{\sqrt{2}}\right)t^4\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, kde $\boldsymbol{F} = (x, y^2, yz)$ a $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ h^2(x^2+y^2) = R^2(z-h)^2\,,\ 0 < z < h\right\}$.

$\left[\dfrac{\pi}{3}\,R^2 h\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} xz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je část roviny $x+y+z = 1$, která leží v prvním oktantu, $x > 0\,,\ y > 0\ \ z > 0$, orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(1,0,0) > 0$. $\left[\dfrac{1}{24}\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} y\,\mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z + z\,\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}x$ kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x+z = 1\,,\ x^2+y^2 < 1\right\}$. [0]

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2} = 1\,,\ x > 0\,, y > 0\right\}$ je orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(1,0,0) > 0$. $[\pi abc]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} xy\,\mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z + yz\,\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}x + xz\,\mathrm{d}x \wedge \mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je část roviny $2x+3y+z = 6$, která leží v prvním oktantu, $x > 0\,,\ y > 0\,,\ z > 0$, a je orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(1,0,0) > 0$. $\left[\dfrac{33}{2}\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, kde $\boldsymbol{F}=(0,0,xz^2)$ a $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2=R^2\,,\ z>0\big\}$. Orientaci volte tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1)>0$. [0]

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} yz\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+xz\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je část roviny $x+y+z=a$, která leží v prvním oktantu, $x>0\,,\ y>0\,,\ z>0$, orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(1,0,0)>0$. $\left[\dfrac{1}{8}\,a^4\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} y\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+z\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+x^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2=z^2\,,\ 0<z<h\big\}$. Orientaci volte tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1)>0$. $\left[\dfrac{\pi}{4}\,h^4\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (x+y+z)\,\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x+y+z=4\,,\ x>0\,,\ y>0\,,\ z>0\big]$ orientovaná tak, že normála má kladné složky. [32]

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2=R^2\,,\ z>0\big\}$ orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1)>0$. $\left[\dfrac{4}{3}\,\pi R^3\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x\,\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+(z^2-1)\,\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2=1\,,\ 0<z<1\big\}$, která je orientovaná tak, že normála má pro $x>0$ a $y>0$ první složku kladnou. $[2\pi]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z-z^2\,\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}z$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ z=x^2-y^2\,,\ x^2+y^2<1\big\}$ orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1)>0$. [0]

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x^2y^2z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=R^2\,,\ z>0\right\}$, která je orientovaná tak, že třetí složka normály je kladná. $\left[\dfrac{2\pi}{105}\,a^3b^3cR^7\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y-(x+y)\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ z=x^2+y^2\,,\ 0<z<1\big\}$, která je orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1)>0$. $[\pi]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} xz\,\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+x^2y\,\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+y^2z\,\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}=\big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2=1\,,\ x>0\,,\ y>0\,,\ 0<z<1\big\}$ orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(1,0,0)>0$. $\left[\dfrac{3}{16}\,\pi\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle\iint\limits_{\mathcal{S}}\left(\frac{\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{x}+\frac{\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x}{y}+\frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{z}\right)$, kde $\mathcal{S}$ je vnější strana elipsoidu $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$. $\left[4\pi\,\dfrac{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}{abc}\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle\iint\limits_{\mathcal{S}} x^2\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y^2\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}z+z^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je vnější strana kulové plochy $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. $\left[\dfrac{8}{3}\,\pi R^3(a+b+c)\right]$

Určete $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} xz\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + xy\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + yz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je hranice čtyřstěnu $x > 0\ \ y > 0\,,\ z, > 0\,,\ x+y+z < 1$, která je kladně orientovaná, tj. normála směřuje vně. $\left[\dfrac{1}{8}\right]$

Spočtěte integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, kde $\boldsymbol{f}(x,y,z) = (x,y,z)$ a $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 = a^2\,,\ x > 0\,,\ y > 0\,,\ z > 0\right\}$, kde normála má všechny složky kladné. $\left[\dfrac{\pi}{2}\,a^3\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x^2\,\mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z + z^2\,\mathrm{d}x \wedge \mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je kladně orientovaná hranice krychle $\mathcal{D} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 0 \le x \le 1\,,\ \ 0 \le y \le 1\,,\ \ 0 \le z \le 1\right\}$. $[2]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} x^3\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + y^3\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + z^3\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 = 1\,,\ z \ge 0\right\}$, která je orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1) > 0$. $\left[\dfrac{6}{5}\,\pi\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, kde $\boldsymbol{f} = (x,y,z^2-1)$ a $\mathcal{S}$ je kladně orientovaná hranice tělesa $\mathcal{D} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2 \le 1\,,\ 0 \le z \le 1\right\}$. $[3\pi]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} xz\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + xy\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + yz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\mathcal{S}$ je kladně orientovaná hranice tělesa $\mathcal{D} = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2+y^2 \le r^2\,,\ 0 \le z \le h\,,\ x \ge 0\,,\ y \ge 0\right\}$. $\left[r^2 h\left(\dfrac{\pi}{8}\,h + \dfrac{2}{3}\,r\right)\right]$

Vypočtěte $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, kde $\boldsymbol{f} = (x^2,y^2,z^2)$ a $\mathcal{S}$ je část kuželové plochy $x^2+y^2 = z^2$, $0 < z < h$, která je orientovaná tak, že $\boldsymbol{n}\cdot(0,0,1) < 0$. $\left[-\dfrac{\pi}{2}\,h^4\right]$

Vypočtěte plošný integrál $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} (x-y+z)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + (y-z+x)\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + (z-x+y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}x$, kde $\mathcal{S}$ je plocha $|x-y+z| + |y-z+x| + |z-x+y| = 1$ orientovaná tak, že její normála má v bodě $M = [1/3; 1/3; 1/3]$ kladnou první složku. $[1]$
