

## Příklad 1 – neurčitý integrál

$$\text{Vypočtete integrál } \int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx. \quad \left[ \frac{4}{5} x^{5/4} - \frac{24}{17} x^{17/12} + \frac{4}{3} x^{3/4} \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \frac{(1-x)^3}{x\sqrt[3]{x}} dx. \quad \left[ -3x^{-1/3} - \frac{9}{2} x^{2/3} + \frac{9}{5} x^{5/3} - \frac{3}{8} x^{8/3} \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \frac{(x-1)(x+2)}{x^2} \sqrt{\sqrt{x}} dx. \quad \left[ \frac{4}{5} x^{5/4} + 4x^{1/4} + \frac{8}{3} x^{-3/4} \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx. \quad \left[ \arcsin x + \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \frac{2^{2x+1} - 5^{x-2}}{10^{x-1}} dx. \quad \left[ \frac{20}{\ln(2/5)} \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{2}{5 \ln 2} \frac{1}{2^x} \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \cotg^2 x dx. \quad \left[ -x - \cotg x \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int \text{tgh}^2 x dx. \quad \left[ x - \text{tgh} x \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \sin 2x \sin 3x dx. \quad \left[ \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \sin 2x \cos 5x dx. \quad \left[ \frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{14} \cos 7x \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \cos 4x \cos 3x dx. \quad \left[ \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{14} \sin 7x \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx. \quad \left[ -\frac{\ln^2 x + 2 \ln x + 2}{x} \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \sqrt{x} \ln^3 x dx. \quad \left[ x^{3/2} \left( \frac{2}{3} \ln^3 x - \frac{4}{3} \ln^2 x + \frac{16}{9} \ln x - \frac{32}{27} \right) \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx. \quad \left[ x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int \ln \left| \frac{x}{2-x} \right| dx. \quad \left[ x \ln |x| + (2-x) \ln |2-x| \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int \ln \sqrt{1-x^2} dx. \quad \left[ \frac{1}{2} (1+x) \ln(1+x) - \frac{1}{2} (1-x) \ln(1-x) - x \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int (2x+1) \ln \sqrt{x+1} dx. \quad \left[ x(x+1) \ln \sqrt{x+1} - \frac{1}{4} x^2 \right]$$


---

$$\text{Najděte integrál } \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx. \quad \left[ \frac{x^2-1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} - x \right]$$


---

$$\text{Vypočtete integrál } \int (x^2+x)e^{-4x+1} dx. \quad \left[ -\left(\frac{1}{4} x^2 + \frac{3}{8} x - \frac{3}{32}\right) e^{-4x+1} \right]$$


---

---

Vypočtete integrál  $\int (x - 2x^2) \cos 3x$ .  $\left[ \frac{1}{27} (4 + 9x - 18x^2) \sin 3x + \frac{1}{9} (1 - 4x) \cos 3x \right]$

---

Najděte integrál  $\int (x^2 + x + 1) \sin \frac{1}{2} x$  dx.  $\left[ 2(7 - x - x^2) \cos \frac{1}{2} x + 4(2x + 1) \sin \frac{1}{2} x \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int e^{-3x} \sin 2x$  dx.  $\left[ -\frac{1}{13} e^{-3x} (2 \cos 2x + 3 \sin 2x) \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int e^{-4x} \cos 3x$  dx.  $\left[ \frac{1}{25} e^{-4x} (3 \sin 3x - 4 \cos 3x) \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \arcsin 2x$  dx.  $\left[ x \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4x^2} \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \arccos \frac{x}{3}$  dx.  $\left[ x \arccos \frac{1}{3} x - \frac{1}{3} \sqrt{9 - x^2} \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int (x - 1) \operatorname{arctg} x$  dx.  $\left[ \frac{1}{2} (x - 1)^2 \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) - \frac{1}{2} x \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{\ln(1 + x^2)}{x^2}$  dx.  $\left[ \frac{\ln(1 + x^2)}{x} + 2 \operatorname{arctg} x \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x - x^2}}$ .  $\left[ \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} (x - 1) \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x^2}}$ .  $\left[ 3 \ln(1 + x^{1/3}) \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx$ .  $\left[ x + 4\sqrt{x+1} + 4 \ln|\sqrt{1+x} - 1| \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  dx.  $\left[ -2 \ln|\cos \frac{1}{2} x| \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \operatorname{cotg} 3x$  dx.  $\left[ \frac{1}{3} \ln|\sin 3x| \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \frac{dx}{\cosh x}$ .  $\left[ 2 \operatorname{arctg} e^x \right]$

---

Najděte integrál  $\int \sin^5 x$  dx.  $\left[ -\cos x + \frac{2}{3} \cos^3 x - \frac{1}{5} \cos^5 x \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$ .  $\left[ -\ln|\sin x + \cos x| \right]$

---

Vypočtete integrál  $\int \frac{dx}{e^x + \sqrt{e^x}}$ .  $\left[ 2 \ln(1 + e^{-x/2}) - 2e^{-x/2} \right]$

---

Najděte integrál  $\int \cos \sqrt{x}$  dx.  $\left[ 2(\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}) \right]$

---

Najděte integrál  $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}$  dx.  $\left[ 2(x + 2 - 2\sqrt{x}) e^{\sqrt{x}} \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$ .  $\left[ -\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{3 \cos^3 x} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ .  $\left[ \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x \right]$

Vypočtěte integrál  $\int (x^3 + x)e^{-x^2} dx$ .  $\left[ -\left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right)e^{-x^2} \right]$

Najděte integrál  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$ .  $\left[ (x + 1) \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x} \right]$

Najděte integrál  $\int e^{\sin x} \sin 2x dx$ .  $\left[ 2(\sin x - 1)e^{\sin x} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + x - 2} dx$ .  $\left[ \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{2}{3} \ln|x - 1| + \frac{7}{3} \ln|x + 2| \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + x - 6} dx$ .  $\left[ \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \ln|x - 2| + 6 \ln|x + 3| \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x - 3} dx$ .  $\left[ x + \frac{3}{4} \ln|x - 1| - \frac{7}{4} \ln|x + 3| \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{(x + 2) dx}{(x + 1)^2(x - 1)}$ .  $\left[ \frac{3}{4} \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| + \frac{1}{2(x + 1)} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{(x^2 + 1) dx}{(x + 2)^2(x - 1)}$ .  $\left[ \frac{2}{9} \ln|x - 1| + \frac{7}{9} \ln|x + 2| + \frac{5}{3(x + 2)} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{x(x + 2) dx}{(x - 1)^2(x + 1)}$ .  $\left[ \frac{5}{4} \ln|x - 1| - \frac{1}{4} \ln|x + 1| - \frac{3}{2(x - 1)} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{(2x^2 + 1) dx}{(x - 2)^2(x + 1)}$ .  $\left[ \frac{1}{3} \ln|x + 1| + \frac{5}{3} \ln|x - 2| - \frac{3}{x - 2} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{(3x + 8) dx}{(x + 2)^2(x + 1)}$ .  $\left[ 5 \ln \left| \frac{x + 1}{x + 2} \right| + \frac{2}{x + 2} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{x^2 + 3x + 1}{(x - 2)^2(x + 2)} dx$ .  $\left[ \frac{17}{16} \ln|x - 2| - \frac{1}{16} \ln|x + 2| - \frac{11}{4(x - 2)} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{(2x^2 + 3) dx}{(x - 2)^2(x - 1)}$ .  $\left[ 5 \ln|x - 1| - 3 \ln|x - 2| - \frac{11}{x - 2} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{(4x + 3) dx}{(x + 2)^2(x - 3)}$ .  $\left[ \frac{3}{5} \ln \left| \frac{x - 3}{x + 2} \right| - \frac{1}{x + 2} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{2x^2 + 8x - 2}{(x - 1)^2(x + 3)} dx$ .  $\left[ \frac{5}{2} \ln|x - 1| - \frac{1}{2} \ln|x + 3| - \frac{2}{x - 1} \right]$

Najděte integrál  $\int \frac{x^2 + 3x + 6}{(x + 1)^2(x - 3)} dx$ .  $\left[ \frac{3}{2} \ln|x - 3| - \frac{1}{2} \ln|x + 1| + \frac{1}{x + 1} \right]$

Vypočtěte integrál  $\int \frac{x^2 + 4x + 8}{(x + 3)(x - 1)^2} dx$ .  $\left[ \frac{5}{16} \ln|x + 3| + \frac{11}{16} \ln|x - 1| - \frac{13}{4(x - 1)} \right]$

|  |  |
|--|--|
| Vypočtěte integrál $\int \frac{2x^2 + 3x + 1}{(x + 2)(x - 1)^2} dx.$     | $\left[ \frac{1}{3} \ln  x + 2  + \frac{5}{3} \ln  x - 1  - \frac{2}{x - 1} \right].$          |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{x^2 + 3x + 2}{(x - 3)(x - 2)^2} dx.$      | $\left[ 20 \ln  x - 3  - 19 \ln  x - 2  + \frac{12}{x - 2} \right].$                           |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{(7x + 2) dx}{(x + 3)(x + 2)^2}.$          | $\left[ 19 \ln \left  \frac{x + 2}{x + 3} \right  + \frac{12}{x + 2} \right].$                 |
| Najděte integrál $\int \frac{(x + 2) dx}{x^3 + 2x^2 + x}.$               | $\left[ 2 \ln \left  \frac{x}{x + 1} \right  + \frac{1}{x + 1} \right].$                       |
| Najděte integrál $\int \frac{(x - 3) dx}{x^3 - 2x^2 + x}.$               | $\left[ 3 \ln \left  \frac{x - 1}{x} \right  + \frac{2}{x - 1} \right].$                       |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{x^2 + 3x + 1}{(x^2 + 2x - 3)(x + 1)} dx.$ | $\left[ \frac{5}{8} \ln  x - 1  + \frac{1}{4} \ln  x + 1  + \frac{1}{8} \ln  x + 3  \right].$  |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x^2 + x - 2)(x - 1)} dx.$   | $\left[ \frac{1}{3} \ln  x + 2  + \frac{2}{3} \ln  x - 1  - \frac{1}{x - 1} \right].$          |
| Najděte integrál $\int \frac{(x^2 + 1) dx}{(x + 1)(x^2 - 1)}.$           | $\left[ \frac{1}{2} \ln  x^2 - 1  + \frac{1}{x + 1} \right].$                                  |
| Najděte integrál $\int \frac{x dx}{(x - 1)(x^2 - 1)}.$                   | $\left[ \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x - 1}{x + 1} \right  - \frac{1}{2(x - 1)} \right].$      |
| Najděte integrál $\int \frac{dx}{(x^2 + 4x + 3)(x - 1)}.$                | $\left[ \frac{1}{8} \ln \left  \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x + 1)^2} \right  \right].$              |
| Najděte integrál $\int \frac{(x + 1)^2 dx}{(x - 1)(x^2 - 4x + 3)}.$      | $\left[ 4 \ln  x - 3  - 3 \ln  x - 1  + \frac{2}{x - 1} \right].$                              |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{x dx}{(x^2 - 3x + 2)(x + 3)}.$            | $\left[ \frac{2}{5} \ln  x - 2  - \frac{1}{4} \ln  x - 1  - \frac{3}{20} \ln  x + 3  \right].$ |
| Najděte integrál $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)(x^2 + 2x - 3)} dx.$    | $\left[ \frac{7}{16} \ln  x + 3  + \frac{9}{16} \ln  x - 1  - \frac{3}{4(x - 1)} \right].$     |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{dx}{(x + 1)(x^2 + 4x + 3)}.$              | $\left[ \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x + 3}{x + 1} \right  - \frac{1}{2(x + 1)} \right].$      |
| Najděte integrál $\int \frac{(x + 2) dx}{(x - 2)(x^2 - 4x + 3)}.$        | $\left[ \frac{3}{2} \ln  x - 1  - 4 \ln  x - 2  + \frac{5}{2} \ln  x - 3  \right].$            |
| Najděte integrál $\int \frac{dx}{(x - 1)(x^2 + x - 2)}.$                 | $\left[ \frac{1}{9} \ln \left  \frac{x + 2}{x - 1} \right  - \frac{1}{3(x - 1)} \right].$      |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{(3x + 1) dx}{(x + 1)(x^2 + 3x + 2)}.$     | $\left[ 5 \ln \left  \frac{x + 1}{x + 2} \right  + \frac{2}{x + 1} \right].$                   |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{dx}{(x - 2)(x^2 - 6x + 8)}.$              | $\left[ \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x - 4}{x - 2} \right  + \frac{1}{2(x - 2)} \right].$      |

|   |  |
|---|--|
| Najděte integrál $\int \frac{(4x - 5) dx}{(x - 2)(x^2 - x - 2)}$ .          | $\left[ \ln \left  \frac{x - 2}{x + 1} \right  - \frac{1}{x - 2} \right]$                                    |
| Najděte integrál $\int \frac{(x + 1) dx}{x^2 + 4x + 13}$ .                  | $\left[ \ln \sqrt{x^2 + 4x + 13} - \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{3}(x + 2) \right]$              |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{x dx}{x^2 - 2x + 2}$ .                       | $\left[ \ln \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \operatorname{arctg}(x - 1) \right]$                                       |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{(2x + 3) dx}{x^2 - 6x + 13}$ .               | $\left[ \ln(x^2 - 6x + 13) + \frac{9}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x - 3) \right]$                    |
| Najděte integrál $\int \frac{x dx}{x^2 + x + 2}$ .                          | $\left[ \ln \sqrt{x^2 + x + 2} - \frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{7}}(2x + 1) \right]$ |
| Najděte integrál $\int \frac{(2x - 1) dx}{x^2 - 4x + 8}$ .                  | $\left[ \ln(x^2 - 4x + 8) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}(x - 2) \right]$                     |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{(2x - 3) dx}{x^2 + 6x + 25}$ .               | $\left[ \ln(x^2 + 6x + 25) - \frac{9}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{4}(x + 3) \right]$                    |
| Najděte integrál $\int \frac{2 dx}{(1 + x)(1 + x^2)}$ .                     | $\left[ \ln  x + 1  - \ln \sqrt{x^2 + 1} + \operatorname{arctg} x \right]$                                   |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{dx}{2 - e^x - e^{2x}}$ .                     | $\left[ \frac{1}{2} x - \frac{1}{3} \ln  e^x - 1  - \frac{1}{6} \ln  e^x + 2  \right]$                       |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{4e^x dx}{(e^x + 1)(e^{2x} - 1)}$ .           | $\left[ \ln \left  \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right  + \frac{2}{e^x + 1} \right]$                              |
| Najděte integrál $\int \frac{(2e^x + 3) dx}{e^{2x} - e^x - 6}$ .            | $\left[ \frac{3}{5} \ln  e^x - 3  - \frac{1}{10} \ln  e^x + 2  - \frac{1}{2} x \right]$                      |
| Najděte integrál $\int \frac{2e^x + 3}{e^{2x} + 2e^x} dx$ .                 | $\left[ -\frac{1}{4} \ln  1 + 2e^{-x}  + \frac{3}{2} e^{-x} \right]$   |
| Najděte integrál $\int \frac{e^x(e^x + 1) dx}{e^{2x} + 4e^x + 5}$ .         | $\left[ \ln \sqrt{e^{2x} + 4e^x + 5} - \operatorname{arctg}(e^x + 2) \right]$                                |
| Najděte integrál $\int \frac{(\ln x + 4) dx}{x(\ln x + 2)(\ln^2 x - 4)}$ .  | $\left[ \frac{3}{8} \ln \left  \frac{\ln x - 2}{\ln x + 2} \right  + \frac{1}{2(\ln x + 2)} \right]$         |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{dx}{x \ln x (2 \ln^2 x + 3 \ln x - 2)}$ .    | $\left[ \frac{1}{10} \ln  \ln x + 2  + \frac{2}{5} \ln  2 \ln x - 1  - \frac{1}{2} \ln  \ln x  \right]$      |
| Najděte integrál $\int \frac{(\ln x + 2) dx}{x(\ln^2 x + 2 \ln x + 5)}$ .   | $\left[ \ln \sqrt{\ln^2 x + 2 \ln x + 5} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\ln x + 1) \right]$              |
| Najděte integrál $\int \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \sin^2 x} dx$ . | $\left[ \frac{1}{3} \ln(1 + \cos x) + \frac{5}{3} \ln(2 - \cos x) \right]$                                   |
| Vypočtěte integrál $\int \frac{dx}{2 \cos x + \sin 2x}$ .                   | $\left[ \frac{1}{8} \ln \left  \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right  - \frac{1}{4(1 + \sin x)} \right]$      |

Najděte integrál  $\int \frac{dx}{1 + 2 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x}$ .  $\left[ \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{tg} x + 3} \right| \right]$

---

Najděte integrál  $\int \frac{\ln x \, dx}{(x + 1)^2}$ .  $\left[ \ln \left| \frac{x}{x + 1} \right| - \frac{\ln x}{x + 1} \right]$

---

Vypočtěte integrál  $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} \, dx$ .  $\left[ \ln \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right]$

---