

Příklad 2 – určitý integrál

Vypočtěte integrál $\int_0^\pi x |\sin 2x| dx$. [π .]

Najděte integrál $\int_0^\pi x |\cos x| dx$. [π .]

Vypočtěte integrál $\int_{e^{-1}}^e x |\ln x| dx$. [$\frac{1}{4}(e^2 + 2 - 3e^{-2})$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^4 xe^{|2x-4|} dx$. [$2(e^4 - 1)$.]

Najděte integrál $\int_0^2 |1 - x|e^{-x} dx$. [$2(e^{-1} - e^{-2})$.]

Najděte integrál $\int_0^\pi \sqrt{1 + \sin 2x} dx$. [$2\sqrt{2}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx$. [$2\sqrt{2}$.]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x dx$. [$1 - \frac{1}{4}\pi$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 3x dx$. [0 .]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/2} \cos 2x \sin 3x dx$. [$\frac{3}{5}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \cos 2x \cos 5x dx$. [$\frac{5}{21}$.]

Najděte integrál $\int_0^{2\pi} \sin^2 2x dx$. [π .]

Vypočtěte integrál $\int_{-\pi}^\pi \cos^2 3x dx$. [π .]

Najděte integrál $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^3} dx$. [$\frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$.]

Vypočtěte integrál $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln^2 x dx$. [$\frac{8}{27}(5e^3 - 2)$.]

Najděte integrál $\int_0^1 (3x - 2) \ln \sqrt{x+1} dx$. [$\frac{11}{8} - 2 \ln 2$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^1 x^3 \ln^2 x dx$. [$\frac{1}{32}$.]

Najděte integrál $\int_0^1 x(x-1)e^{-2x} dx$. [$-\frac{1}{2}e^{-2}$.]

Najděte integrál $\int_0^\pi (x^2 - \pi^2) \sin 2x \, dx.$ $\left[-\frac{1}{2} \pi^2.\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(2x - \pi) \cos 2x \, dx.$ $\left[-\pi.\right]$

Najděte integrál $\int_0^\pi e^{-3x} \sin 2x \, dx.$ $\left[\frac{2}{13} (1 - e^{-3\pi}).\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{2x} \cos 3x \, dx.$ $\left[-\frac{3}{13} (e^\pi + e^{-\pi}).\right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty e^{-3x} \cos 4x \, dx.$ $\left[\frac{3}{25}.\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-\infty}^0 e^{2x} \sin 4x \, dx.$ $\left[-\frac{1}{5}.\right]$

Najděte integrál $\int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx.$ $\left[\frac{\sqrt{3}}{3} \pi - \ln 2.\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-1}^1 x \operatorname{arctg} x \, dx.$ $\left[\frac{1}{2} \pi - 1.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \arcsin x \, dx.$ $\left[\frac{1}{2} \pi - 1.\right]$

Najděte integrál $\int_{-2}^2 \arccos \frac{x}{2} \, dx.$ $\left[2\pi.\right]$

Pro $x > 0$ je funkce $\Gamma(x)$ definována vztahem $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} \, dt$. Dokažte, že pro $x > 0$ platí vztah $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.

Matematickou indukcí ukažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí $\int_0^\infty x^n e^{-x} \, dx = n!$.

Najděte integrál $\int_{-1/2}^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{3+4x-4x^2}}.$ $\left[\frac{1}{2} \pi.\right]$

Vypočtěte integrál $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{x(4-x)}}.$ $\left[\frac{1}{2} \pi.\right]$

Najděte integrál $\int_0^3 \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}} \, dx.$ $\left[1 - 4 \ln \frac{3}{2}.\right]$

Vypočtěte integrál $\int_0^\infty x e^{-\sqrt{x}} \, dx.$ $\left[12.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 (x - x^3) e^{x^2} \, dx.$ $\left[\frac{1}{2} e - 1.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx.$	$[-2e^{-1}.]$
Vypočtěte integrál $\int_1^9 x \sqrt[3]{x-1} dx.$	$[\frac{468}{7}.]$
Vypočtěte integrál $\int_0^\infty \frac{dx}{\cosh x}.$	$[\frac{1}{2} \pi.]$
Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx.$	$[2 - \frac{1}{2} \pi.]$
Vypočtěte integrál $\int_0^{e^{-1}} \frac{1 + \ln x}{x \ln^3 x} dx.$	$[\frac{1}{2}.]$
Najděte integrál $\int_1^e \frac{\ln^2 x - 1}{x \sqrt{\ln x}} dx.$	$[-\frac{8}{5}.]$
Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx.$	$[\frac{1}{3} (2 - \sqrt{2}).]$
Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx.$	$[\frac{1}{3}.]$
Vypočtěte integrál $\int_0^\pi e^{-\cos x} \sin 2x dx.$	$[-4e^{-1}.]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^2 - x - 2}.$	$[\frac{3}{2} - \frac{7}{3} \ln 2.]$
Vypočtěte integrál $\int_{-1}^1 \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + x - 6} dx.$	$[6 \ln 2 - 2 \ln 3 - 2.]$
Najděte integrál $\int_{-2}^0 \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - x^2} dx.$	$[\frac{5}{2} \ln 3 - 2.]$
Vypočtěte integrál $\int_2^\infty \frac{(2x + 1) dx}{(x + 1)(x - 1)^2}.$	$[\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \ln 3.]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x - 2)(x + 1)^2}.$	$[-\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \ln 2.]$
Vypočtěte integrál $\int_2^3 \frac{x(x + 2) dx}{(x + 1)(x - 1)^2}.$	$[\frac{9}{8} + \frac{3}{4} \ln 2 + \frac{1}{4} \ln 3.]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(2x^2 + 1) dx}{(x + 1)(x - 2)^2}.$	$[\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \ln 2.]$
Vypočtěte integrál $\int_0^\infty \frac{(3x + 8) dx}{(x + 1)(x + 2)^2}.$	$[5 \ln 2 - 1.]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(3x + 8) dx}{(x + 1)(x + 2)^2}.$	$[5 \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{3}.]$

Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x - 2)^2} dx.$ $\left[\frac{7}{6} - \frac{5}{8} \ln 3. \right]$

Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(4x + 3) dx}{(x - 3)(x + 2)^2}.$ $\left[\frac{1}{4} - \frac{3}{5} \ln 6. \right]$

Vypočtete integrál $\int_3^\infty \frac{(4x - 3) dx}{(x + 3)(x - 2)^2}.$ $\left[1 + \frac{3}{5} \ln 6. \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{2x^2 + 8x + 1}{(x + 3)(x - 1)^2} dx.$ $\left[\frac{11}{8} - 2 \ln 2 - \frac{5}{16} \ln 3. \right]$

Vypočtete integrál $\int_0^2 \frac{x^2 + 3x + 4}{(x - 3)(x + 1)^2} dx.$ $\left[-\frac{1}{3} - \frac{7}{4} \ln 3. \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-2}^0 \frac{x^2 + 4x + 8}{(x + 3)(x - 1)^2} dx.$ $\left[\frac{13}{6} - \frac{3}{8} \ln 3. \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{2x^2 + 3x + 1}{(x + 2)(x - 1)^2} dx.$ $\left[1 - \frac{4}{3} \ln 2. \right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(x + 1)(x + 2)}{(x - 3)(x - 2)^2} dx.$ $\left[39 \ln 2 - 20 \ln 3 - 6. \right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty \frac{(7x + 2) dx}{(x + 3)(x + 2)^2}.$ $\left[19 \ln \frac{3}{2} - 6. \right]$

Vypočtete integrál $\int_1^\infty \frac{(x - 2) dx}{x^3 + 2x^2 + x}.$ $\left[\frac{3}{2} - \ln 4. \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(x - 3) dx}{x^3 - 2x^2 + x}.$ $\left[\ln 8 - 1. \right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2 + 3x + 1}{(x + 1)(x^2 + x - 6)} dx.$ $\left[-\frac{11}{30} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3. \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)(x^2 + x - 2)} dx.$ $\left[\frac{1}{2} - \ln 2. \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^1 \frac{(x^2 + 4) dx}{(x + 2)(x^2 - 4)}.$ $\left[-\frac{4}{3}. \right]$

Najděte integrál $\int_2^\infty \frac{x dx}{(x - 1)(x^2 - 1)}.$ $\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln 3. \right]$

Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{dx}{(x - 2)(x^2 + 4x + 3)}.$ $\left[-\frac{1}{30} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3. \right]$

Vypočtete integrál $\int_2^\infty \frac{dx}{(x - 1)(x^2 + 4x + 3)}.$ $\left[\frac{1}{8} \ln \frac{9}{5}. \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{(x + 1)^2 dx}{(x - 1)(x^2 - 4x + 3)}.$ $\left[4 \ln 3 - 5 \ln 2 - 1. \right]$

Vypočtete integrál $\int_3^{\infty} \frac{x \, dx}{(x+3)(x^2-3x+2)}$.	$\left[\frac{1}{4} \ln 2 + \frac{3}{20} \ln 6. \right]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2 - x + 1}{(x+1)(x^2-2x-3)} \, dx$.	$\left[\ln 2 - \frac{7}{16} \ln 3 - \frac{3}{8}. \right]$
Vypočtete integrál $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)(x^2+4x+3)}$.	$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \ln 3. \right]$
Vypočtete integrál $\int_{-\infty}^0 \frac{(x+2) \, dx}{(x-2)(x^2-4x+3)}$.	$\left[\frac{5}{2} \ln 3 - 4 \ln 2. \right]$
Najděte integrál $\int_2^{\infty} \frac{dx}{(x-1)(x^2+x-2)}$.	$\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \ln 4. \right]$
Vypočtete integrál $\int_0^{\infty} \frac{(3x+1) \, dx}{(x+1)(x^2+3x+2)}$.	$\left[5 \ln 2 - 2. \right]$
Najděte integrál $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x-2)(x^2-6x+8)}$.	$\left[\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{1}{4}. \right]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2 - x + 1}{(x-2)(x^2-6x+8)} \, dx$.	$\left[\frac{13}{4} \ln 3 - \frac{17}{4} \ln 2 - \frac{3}{4}. \right]$
Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{(4x-5) \, dx}{(x-2)(x^2-x-2)}$.	$\left[\frac{1}{2} - \ln 4. \right]$
Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(x-1) \, dx}{x^2-4x+16}$.	$\left[\frac{1}{2} \ln \frac{3}{4} + \frac{1}{12\sqrt{3}} \pi. \right]$
Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{x \, dx}{x^2-2x+5}$.	$\left[\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \pi. \right]$
Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{(2x+3) \, dx}{x^2-6x+13}$.	$\left[\ln \frac{8}{13} - \frac{9}{8} \pi + \frac{9}{8} \operatorname{arctg} \frac{3}{2}. \right]$
Najděte integrál $\int_{-1}^1 \frac{x \, dx}{x^2+x+1}$.	$\left[\frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi. \right]$
Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(2x-1) \, dx}{x^2-4x+8}$.	$\left[\frac{3}{8} \pi - \ln 2. \right]$
Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{(2x-3) \, dx}{x^2+6x+25}$.	$\left[\ln \frac{8}{5} - \frac{9}{16} \pi + \frac{9}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}. \right]$
Najděte integrál $\int_0^{\infty} \frac{2 \, dx}{(x+1)(x^2+1)}$.	$\left[\frac{1}{2} \pi. \right]$
Najděte integrál $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(x+1) \, dx}{x(x^2+1)}$.	$\left[\frac{1}{4} \pi - \frac{1}{2} \ln 2. \right]$
Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{(3x-1) \, dx}{(x+2)(x^2+3)}$.	$\left[\frac{1}{3\sqrt{3}} \pi - \ln 3. \right]$

Najděte integrál $\int_1^{\infty} \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2}$.	$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \ln(e - 1) - \frac{1}{6} \ln(e + 2) \right]$
Vypočtěte integrál $\int_{\ln 2}^{\infty} \frac{4e^x dx}{(e^x + 1)(e^{2x} - 1)}$.	$\left[\ln 3 - \frac{2}{3} \right]$
Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \frac{(2e^x + 3) dx}{e^{2x} - e^x - 6}$.	$\left[\frac{1}{10} \ln 3 - \frac{13}{10} \ln 2 \right]$
Najděte integrál $\int_0^{\infty} \frac{2e^x + 3}{e^{2x} + 2e^x} dx$.	$\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 3 \right]$
Najděte integrál $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x dx}{e^{2x} - 2e^x + 4}$.	$\left[\frac{2}{3\sqrt{3}} \pi \right]$
Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - 4e^x + 5} dx$.	$\left[\frac{3}{4} \pi - \frac{1}{2} \ln 2 \right]$
Najděte integrál $\int_1^e \frac{(\ln x + 4) dx}{x(\ln x + 2)(\ln^2 x - 4)}$.	$\left[-\frac{1}{12} - \frac{3}{8} \ln 3 \right]$
Najděte integrál $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x (2 \ln^2 x + 3 \ln x - 2)}$.	$\left[\frac{2}{5} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3 \right]$
Najděte integrál $\int_{e^{-1}}^e \frac{(\ln x + 2) dx}{x(\ln^2 x + 2 \ln x + 5)}$.	$\left[\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{8} \pi \right]$
Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \sin^2 x} dx$.	$\left[\frac{4}{3} \ln 2 \right]$
Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2 \cos x + \sin 2x}$.	$\left[\frac{1}{4} \ln(\sqrt{2} + 1) + \frac{1}{4} (\sqrt{2} - 1) \right]$
Vypočtěte integrál $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x}$.	$\left[\ln \frac{3}{2} \right]$
Najděte integrál $\int_0^1 \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx$.	$\left[-\ln 2 \right]$
Najděte integrál $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx$.	$\left[\ln 2 \right]$
Najděte integrál $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$.	$\left[\frac{1}{4} \pi + \ln 2 \right]$
Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^{\infty} \frac{(x + 1) dx}{x \sqrt{(x - 1)(x^2 + x + 2)}}$.	$\left[\text{konverguje} \right]$
Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^4}}$.	$\left[\text{konverguje} \right]$
Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{x(x + 1)} dx$.	$\left[\text{konverguje} \right]$

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{x(x+1)}} dx$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^2 \frac{dx}{\ln x}$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^4+1}} dx$. [konverguje.]
