Zápočtový test

Toto jsou příklady, ze kterých budou složeny započtové testy.

Každý test bude složen z pěti příkladů, které budou hodnoceny $0-5$ body (pouze celá čísla) a výsledek je součet bodů z jednotlivých příkladů.

Pokud budete psát více testů, počítá se test, ze kterého dostanete nejvíc bodů. Minimální počet bodů pro získání zápočtu je **13**.

První test bude obsahovat příklady $1-5$ a bude se psát na 8. přednášce, tj. **11.4.** a **12.4**. Tento test je povinný. Pokud na něj bez omluvy nedorazíte, dostanete z testu 0 bodů.

Jestliže se z testu omluvíte, mužete psát tento test po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 1. opravný test.

1. opravný test bude se bude psát v pátek **13.5.** a bude složen z příkladů $1-3$ a 5, 6. Tento test je povinný pro ty, kteří dostali z prvního testu méně než 13 bodů. Pokud se z testu neomluvíte, dostane te z něj 0 bodů.

Jestliže se z tohoto testu omluvíte, můžete jej napsat po dohodě s přednášejícím nebo cvičícím, ale nejpozději do doby, kdy se bude psát 2. opravný test.

2. opravný test se bude psát v pátek **27.5.** a bude složen z příkládů 2, 3 a $5-7$. Tento test je povinný pro ty, kteří z předchozích testů nezískali 13 nebo více bodů.

Jestliže ani po tomto testu nezískáte dostatečný počet bodů pro získání zápočtu, rozhoduje o udělění zápočtu cvičící.

Zápočet musíte získat nejpozději do konce zkouškového období zimního semestru.

Bez zápočtu nelze dělat zkoušku.

Příklad 1

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-(1-2x)^2}}$. $\left[-\frac{1}{2}\ \arcsin(1-2x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+9x^2}}$. $\left[\frac{1}{3}\ \ln(3x+\sqrt{1+9x^2})\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \sin(2x+1)$. $\left[-\frac{1}{2}\ \cos(2x+1)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \sin(2-3x)$. $\left[\frac{1}{3}\ \cos(2-3x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \sinh(4x+3)$. $\left[\frac{1}{4}\ \cosh(4x+3)\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \cos(3x+2)$. $\left[\frac{1}{3}\ \sin(3x+2)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \cos(3-2x)$. $\left[-\frac{1}{2}\ \sin(3-2x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \cosh(4x-1)$. $\left[\frac{1}{4}\ \sinh(4x-1)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \mathrm{e}^{3-2x}$. $\left[-\frac{1}{2}\ \mathrm{e}^{3-2x}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = 4^{3x+4}$. $\left[\dfrac{4^{3x+4}}{3\ln 4}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = 3^{1-3x}$. $\left[-\dfrac{3^{-3x}}{\ln 3}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = 10^{3-2x}$. $\left[-\dfrac{10^{3-2x}}{2\ln 10}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = 2^{-2x+1}$. $\left[-\dfrac{2^{-2x}}{\ln 2}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\cos^2(2x+1)}$. $\left[\frac{1}{2}\ \mathrm{tg}(2x+1)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\cos^2(3-2x)}$. $\left[-\frac{1}{2}\ \mathrm{tg}(3-2x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2(3x-2)}$. $\left[-\frac{1}{3}\ \mathrm{cotg}(3x-2)\,.\right].$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2(4-2x)}$. $\left[\frac{1}{2}\ \mathrm{cotg}(4-2x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{1+(2x-1)^2}$. $\left[\frac{1}{2}\ \mathrm{arctg}(2x-1)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{1+(2-3x)^2}$. $\left[-\frac{1}{3}\ \mathrm{arctg}(2-3x)\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = (3x+4)^{10}$. $\left[\frac{1}{33}\,(3x+4)^{11}\,.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = (3-2x)^8$. $\left[-\frac{1}{18}(3-2x)^9.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = (1-4x)^5$. $\left[-\frac{1}{24}(1-4x)^6.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \sqrt{3x+1}$. $\left[\frac{2}{9}(3x+1)^{3/2}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \sqrt{3-2x}$. $\left[-\frac{1}{3}(3-2x)^{3/2}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x+3}}$. $\left[\frac{1}{2}\sqrt{4x+3}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2-3x}}$. $\left[-\frac{2}{3}\sqrt{2-3x}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{(4x-5)^3}}$. $\left[-\dfrac{1}{\sqrt{4x-5}}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{3}{2-3x}$. $\left[-\ln|2-3x|.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{2x-5}$. $\left[\frac{1}{2}\ln|2x-5|.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{2}{(4x-5)^2}$. $\left[-\dfrac{1}{2(4x-5)}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{3}{(4-3x)^2}$. $\left[\dfrac{1}{4-3x}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(2x-5)^2}}$. $\left[\frac{3}{2}\sqrt[3]{2x-5}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{2}{(4-3x)^3}$. $\left[\dfrac{1}{3(4-3x)^2}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{(4x+1)^3}$. $\left[-\dfrac{1}{8(4x+1)^2}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{(1-2x)^4}$. $\left[\dfrac{1}{6(1-2x)^3}.\right]$

Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x^2-1}}$. $\left[\frac{1}{2}\ln\left(2x+\sqrt{4x^2-1}\right).\right]$

Příklad 2

Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{3x\,\mathrm{d}x}{2x^2+5x+2}$.	$\left[2\ln\|x+2\| - \frac{1}{2}\ln\|2x+1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(4x+9)\,\mathrm{d}x}{2x^2-5x-3}$.	$\left[3\ln\|x-3\| - \ln\|2x+1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(5-x)\,\mathrm{d}x}{3x^2+5x-2}$.	$\left[\frac{2}{3}\ln\|3x-1\| - \ln\|x+2\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x-4)\,\mathrm{d}x}{6x^2+x-2}$.	$\left[\frac{2}{3}\ln\|3x+2\| - \frac{1}{2}\ln\|2x-1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{7(x+1)\,\mathrm{d}x}{3-5x-2x^2}$.	$\left[-2\ln\|x+3\| - \frac{3}{2}\ln\|1-2x\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(7x+3)\,\mathrm{d}x}{3x^2-10x+3}$.	$\left[3\ln\|x-3\| - \frac{2}{3}\ln\|3x-1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x-3)\,\mathrm{d}x}{6x^2-x-1}$.	$\left[\frac{2}{3}\ln\|3x+1\| - \frac{1}{2}\ln\|2x-1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x+6)\,\mathrm{d}x}{4x^2-x-3}$.	$\left[\ln\|x-1\| - \frac{3}{4}\ln\|4x+3\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x+15)\,\mathrm{d}x}{9+3x-2x^2}$.	$\left[\frac{3}{2}\ln\|2x+3\| - 2\ln\|x-3\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(2x-7)\,\mathrm{d}x}{4x^2+5x-6}$.	$\left[\ln\|x+2\| - \frac{1}{2}\ln\|4x-3\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{2\,\mathrm{d}x}{4x^2-8x+3}$.	$\left[\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{2x-3}{2x-1}\right\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{6x^2+7x+2}$.	$\left[\ln\left\|\frac{2x+1}{3x+2}\right\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{5\,\mathrm{d}x}{6x^2-13x+6}$.	$\left[\ln\left\|\frac{2x-3}{3x-2}\right\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{7\,\mathrm{d}x}{6+x-2x^2}$.	$\left[\ln\left\|\frac{2x+3}{x-2}\right\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(13-6x)\,\mathrm{d}x}{3-7x-6x^2}$.	$\left[2\ln\|2x+3\| - \ln\|3x-1\| + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{x(x+2)\,\mathrm{d}x}{(x+1)^3}$.	$\left[\ln\|x+1\| + \frac{1}{2(x+1)^2} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{(x-2)^3}$.	$\left[\ln\|x-2\| - \frac{4}{x-2} - \frac{2}{(x-2)^2} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{x\,\mathrm{d}x}{(2x+3)^3}$.	$\left[-\frac{1}{4(2x+3)} + \frac{3}{8(2x+3)^2} + c\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x^2 - x + 1)\,\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$.	$\left[x - 3\ln\lvert x+1\rvert - \dfrac{3}{x+1} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(x^2 + 1)\,\mathrm{d}x}{(x-1)^3}$.	$\left[\ln\lvert x-1\rvert - \dfrac{2}{x-1} - \dfrac{1}{(x-1)^2} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(4x^2 + 7)\,\mathrm{d}x}{(2x+1)^3}$.	$\left[\tfrac{1}{2}\,\ln\lvert 2x+1\rvert + \dfrac{1}{2x+1} - \dfrac{2}{(2x+1)^2} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{x^3\,\mathrm{d}x}{(x-1)^2}$.	$\left[\tfrac{1}{2}\,x^2 + 2x + 3\ln\lvert x-1\rvert - \dfrac{1}{x-1} + c\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int \frac{(4x^3 + 3)\,\mathrm{d}x}{(1-2x)^2}$.	$\left[\tfrac{1}{2}\,(x+1)^2 + \tfrac{3}{4}\,\ln\lvert 2x-1\rvert - \dfrac{7}{4(2x-1)} + c\,.\right]$

Příklad 3

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int x^3 e^{x^2}\,dx.$ $\qquad \left[\frac{1}{2}\,(x^2-1)e^{x^2}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int (x^3-2x)\sin x^2\,dx.$ $\qquad \left[\frac{1}{2}\left(\sin x^2-(x^2-2)\cos x^2\right)+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^3}\,\cos\frac{1}{x}\,dx.$ $\qquad \left[-\frac{x+1}{x}\,\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}+c\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\arcsin x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}.$ $\qquad \left[\frac{1}{2}\,\arcsin^2 x+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \mathrm{arctg}\,\sqrt{x}\,dx.$ $\qquad \left((x+1)\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{x}-\sqrt{x}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{3-2x}{x^3}\,e^{2/x}\,dx.$ $\qquad \left[\frac{7x-6}{4x}\,e^{2/x}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int e^{2\sin x}\sin 2x\,dx.$ $\qquad \left[\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)e^{2\sin x}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int e^{\cos x}\sin 2x\,dx.$ $\qquad \left[2(1-\cos x)e^{\cos x}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \left(e^{2x}-e^x\right)\sin(e^x)\,dx.$ $\qquad \left[(1-e^x)\cos(e^x)+\sin(e^x)+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{arctg}(\ln x)\,dx.$ $\qquad \left[\frac{1}{2}\,(\ln^2 x+1)\,\mathrm{arctg}(\ln x)-\frac{1}{2}\,\ln x+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int e^{\sqrt{1-2x}}\,dx.$ $\qquad \left[\left(1-\sqrt{1-2x}\right)e^{\sqrt{1-2x}}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \sin\sqrt{2x+1}\,dx.$ $\qquad \left[\sin\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x+1}\,\cos\sqrt{2x+1}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\ln x\,dx}{x(\ln x-2)^2}.$ $\qquad \left[\ln|\ln x-2|-\frac{2}{\ln x-2}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{2e^x\,dx}{e^{2x}-1}.$ $\qquad \left[\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{e^x\,dx}{\sqrt{1-2e^x}}.$ $\qquad \left[-\sqrt{1-2e^x}+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}.$ $\qquad \left[\arcsin\frac{1}{2}(x+1)+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{2-2x+x^2}}.$ $\qquad \left[\ln\left(x-1+\sqrt{2-2x+x^2}\right)+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\,dx.$ $\qquad \left[\left(\sqrt{x}-2\right)^2+4\ln\left(\sqrt{x}+1\right)+c\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin 2x}$.	$\left[\frac{1}{2}\ln\lvert\operatorname{tg} x\rvert + c\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int x^2 \ln x^2 \,\mathrm{d}x$.	$\left[\frac{2}{3}\,x^3 \ln\lvert x\rvert - \frac{2}{9}\,x^3 + c\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{1-\mathrm{e}^x}$.	$\left[\ln\left\lvert\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1}\right\rvert + c\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \sin 2x\;\ln(\cos x)\,\mathrm{d}x$.	$\left[\big(\frac{1}{2} - \ln(\cos x)\big)\cos^2 x + c\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$.	$\left[\operatorname{arctg}\big(\mathrm{e}^x\big) + c\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{(\sqrt{x}+1)^2}$.	$\left[2\ln\big(\sqrt{x}+1\big) + \dfrac{2}{\sqrt{x}+1} + c\,.\right]$

Příklad 4

Najděte integrál $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x\,\mathrm{d}x}{2x^2+5x+2}$.	$\left[\frac{3}{2}\ln 3 - 2\ln 2\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_0^2 \frac{(4x+9)\,\mathrm{d}x}{2x^2-5x-3}$.	$\left[-\ln 5 - 3\ln 3\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_1^3 \frac{(5-x)\,\mathrm{d}x}{3x^2+5x-2}$.	$\left[\frac{4}{3}\ln 2 + \ln 3 - \ln 5\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_1^2 \frac{(x-4)\,\mathrm{d}x}{6x^2+x-2}$.	$\left[2\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 3 - \frac{2}{3}\ln 5\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_{-2}^0 \frac{7(x+1)\,\mathrm{d}x}{3-5x-2x^2}$.	$\left[\frac{3}{2}\ln 5 - 2\ln 3\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_1^2 \frac{(7x+3)\,\mathrm{d}x}{3x^2-10x+3}$.	$\left[-\frac{2}{3}\ln 5 - \frac{7}{3}\ln 2\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_1^5 \frac{(x-3)\,\mathrm{d}x}{6x^2-x-1}$.	$\left[\frac{4}{3}\ln 2 - \ln 3\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_{-3}^{-1} \frac{(x+6)\,\mathrm{d}x}{4x^2-x-3}$.	$\left[\frac{3}{2}\ln 3 - \ln 2\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_0^2 \frac{(x+15)\,\mathrm{d}x}{9+3x-2x^2}$.	$\left[\frac{3}{2}\ln 7 + \frac{1}{2}\ln 3\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_{-1}^0 \frac{(2x-7)\,\mathrm{d}x}{4x^2+5x-6}$.	$\left[\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 3 + \frac{1}{2}\ln 7\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_2^\infty \frac{2\,\mathrm{d}x}{4x^2-8x+3}$.	$\left[\frac{1}{2}\ln 3\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{6x^2+7x+2}$.	$\left[\ln \frac{10}{7}\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{5\,\mathrm{d}x}{6x^2-13x+6}$.	$\left[2\ln \frac{3}{2}\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_0^1 \frac{7\,\mathrm{d}x}{6+x-2x^2}$.	$\left[\ln \frac{10}{3}\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_1^3 \frac{(13-6x)\,\mathrm{d}x}{3-7x-6x^2}$.	$\left[2\ln \frac{9}{10}\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_0^3 \frac{x(x+2)\,\mathrm{d}x}{(x+1)^3}$.	$\left[2\ln 2 - \frac{15}{32}\,.\right]$
Najděte integrál $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{(x-2)^3}$.	$\left[\frac{8}{9} - \ln 3\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x\,\mathrm{d}x}{(2x+3)^3}$. $\left[\frac{1}{24}\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_0^1 \frac{(x^2-x+1)\,\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$. $\left[\frac{5}{2}-3\ln 2\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_{-1}^0 \frac{(x^2+1)\,\mathrm{d}x}{(x-1)^3}$. $\left[\frac{1}{4}-\ln 2\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_0^2 \frac{(4x^2+7)\,\mathrm{d}x}{(2x+1)^3}$. $\left[\frac{28}{25}+\frac{1}{2}\ln 5\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_{-1}^0 \frac{x^3\,\mathrm{d}x}{(x-1)^2}$. $\left[2-3\ln 2\,.\right]$

Najděte integrál $\displaystyle\int_{-1}^0 \frac{(4x^3+3)\,\mathrm{d}x}{(1-2x)^2}$. $\left[\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\ln 3\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^1 x^3\mathrm{e}^{x^2}\,\mathrm{d}x$. $\left[\frac{1}{2}\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\pi}} (x^3-2x)\sin x^2\,\mathrm{d}x$. $\left[\frac{1}{2}(\pi-4)\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{\frac{1}{2\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{x+1}{x^3}\cos\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$. $\left[-\frac{1}{2}\pi\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arcsin x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$. $\left[\frac{1}{8}\pi^2\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^1 \operatorname{arctg}\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. $\left[\frac{1}{2}(\pi-2)\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^\infty \frac{3-2x}{x^3}\,\mathrm{e}^{2/x}\,\mathrm{d}x$. $\left[\frac{1}{4}(7-\mathrm{e}^2)\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^\pi \mathrm{e}^{2\sin x}\sin 2x\,\mathrm{d}x$. $\left[0\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathrm{e}^{\cos x}\sin 2x\,\mathrm{d}x$. $\left[0\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{-\infty}^{\ln\pi} \left(\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^x\right)\sin(\mathrm{e}^x)\,\mathrm{d}x$. $\left[\pi-2\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x}\operatorname{arctg}(\ln x)\,\mathrm{d}x$.

$\left[\frac{1}{4}(\pi-2)\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{-4}^0 \mathrm{e}^{\sqrt{1-2x}}\,\mathrm{d}x$. $\left[2\mathrm{e}^3\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^4 \sin\left(\sqrt{2x+1}\,\pi\right)\mathrm{d}x$. $\left[\frac{2}{\pi}\,.\right]$

Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x \,\mathrm{d}x}{x(\ln x - 2)^2}$.	$\bigl[1 - \ln 2\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{2\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x} - 1}$.	$\left[\ln \dfrac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}\,.\right]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - 2\mathrm{e}^x}}$.	$\bigl[1 - \sqrt{1 - 2\mathrm{e}^{-1}}\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$.	$\bigl[\tfrac{1}{3}\,\pi\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^{2} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{2 - 2x + x^2}}$.	$\bigl[\ln(1 + \sqrt{2})\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}\,\mathrm{d}x$.	$\bigl[4\ln 2 - 3\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\mathrm{d}x}{\sin 2x}$.	$\bigl[\tfrac{1}{2}\,\ln 3\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{1} x^2 \ln x^2 \,\mathrm{d}x$.	$\bigl[-\tfrac{2}{9}\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{1 - \mathrm{e}^x}$.	$\bigl[\ln(1 - \mathrm{e}^{-1})\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \sin 2x\, \ln(\cos x)\,\mathrm{d}x$.	$\bigl[\tfrac{1}{4}\,(\ln 2 - 1)\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$.	$\bigl[\tfrac{1}{4}\,\pi\,.\bigr]$
Vypočtěte integrál $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\mathrm{d}x}{(\sqrt{x} + 1)^2}$.	$\bigl[2\ln 2 - 1\,.\bigr]$

Příklad 5

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$2x+y+2>0\,,\qquad 2x+3y<2\,,\qquad y>0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^2 \mathrm{d}y \int_{-\frac12(y+2)}^{\frac12(2-3y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int_{-2}^{-1} \mathrm{d}x \int_{-2(x+1)}^{\frac23(1-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int_{-1}^{1} \mathrm{d}x \int_0^{\frac23(1-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$-\tfrac12\,x+\tfrac14\,y=1\,,\qquad \tfrac13\,x+\tfrac14\,y=1\,,\qquad y=0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^4 \mathrm{d}y \int_{\frac12(y-4)}^{\frac34(4-y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int_{-2}^{0} \mathrm{d}x \int_0^{2(2+x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int_0^3 \mathrm{d}x \int_0^{\frac43(3-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$3x+y+1<0\,,\qquad x<2y+2\,,\qquad x+1>0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_{-1}^0 \mathrm{d}x \int_{\frac12(x-2)}^{-3x-1} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int_{-\frac32}^{-1} dy \int_{-1}^{2(y+1)} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} \mathrm{d}y \int_{-1}^{-\frac13(y+1)} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,,\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$-\tfrac12\,x-\tfrac15\,y=1\,,\qquad \tfrac14\,x-\tfrac15\,y=1\,,\qquad y=0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_{-5}^0 \mathrm{d}y \int_{-\frac25(y+5)}^{\frac45(y+5)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int_{-2}^0 \mathrm{d}x \int_{-\frac52(2+x)}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int_0^4 \mathrm{d}x \int_{\frac54(x-4)}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,,\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$2y < x+1\,, \qquad x < y+1\,, \qquad 0 < y < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^1 \mathrm{d}y \int_{2y-1}^{y+1} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int_{-1}^1 \mathrm{d}x \int_0^{\frac12(x+1)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int_1^2 \mathrm{d}x \int_{x-1}^1 f(x,y)\,\mathrm{d}y\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$-\tfrac12\,x + \tfrac15\,y = 1\,, \qquad -\tfrac12\,x - \tfrac13\,y = 1\,, \qquad x = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_{-2}^0 \mathrm{d}x \int_{-\frac32(x+2)}^{\frac52(x+2)} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int_{-3}^0 \mathrm{d}y \int_{-\frac23(y+3)}^0 f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int_0^5 \mathrm{d}y \int_{\frac25(y-5)}^0 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,, \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$6y < x+2\,, \qquad x + 2y < 2\,, \qquad y > 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^{\frac12} \mathrm{d}y \int_{6y-2}^{2-2y} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int_{-2}^1 \mathrm{d}x \int_0^{\frac16(x+2)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int_1^2 \mathrm{d}x \int_0^{\frac12(2-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$\tfrac13\,x + \tfrac14\,y = 1\,, \qquad \tfrac13\,x - \tfrac12\,y = 1\,, \qquad x = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^3 \mathrm{d}x \int_{\frac23(x-3)}^{\frac43(3-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int_{-2}^0 \mathrm{d}y \int_0^{\frac32(2+y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int_0^4 \mathrm{d}y \int_0^{\frac34(4-y)} \mathrm{d}x\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$x < 2y+1\,, \qquad 3y < x+2\,, \qquad 0 < y < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_0^1 \mathrm{d}y \int\limits_{3y-2}^{2y+1} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_{-2}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_0^{\frac13(x+2)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_1^3 \mathrm{d}x \int\limits_{\frac12(x-1)}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$-\tfrac17\,x + \tfrac15\,y = 1\,, \qquad -\tfrac17\,x + \tfrac12\,y = 1\,, \qquad x = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-7}^{0} \mathrm{d}x \int\limits_{\frac27(x+7)}^{\frac57(x+7)} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int\limits_0^2 \mathrm{d}y \int\limits_{\frac75(y-5)}^{\frac72(y-2)} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int\limits_2^5 \mathrm{d}y \int\limits_{\frac75(y-5)}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$x < 2y + 3\,, \qquad 3y < 2x + 1\,, \qquad -1 < y < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac12(3y-1)}^{2y+3} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_{-2}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_{-1}^{\frac13(2x+1)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_1^5 \mathrm{d}x \int\limits_{\frac12(x-3)}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$-\tfrac15\,x - \tfrac14\,y = 1\,, \qquad -\tfrac15\,x - \tfrac12\,y = 1\,, \qquad x = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-5}^{0} \mathrm{d}x \int\limits_{-\frac45(x+5)}^{-\frac25(x+5)} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int\limits_{-4}^{-2} \mathrm{d}y \int\limits_{-\frac54(y+4)}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-2}^{0} \mathrm{d}y \int\limits_{-\frac54(y+4)}^{-\frac52(y+2)} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$x + 2y < 1\,, \qquad 0 < x + y + 1\,, \qquad 0 < y < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_0^1 \mathrm{d}y \int\limits_{-1-y}^{1-2y} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_{-2}^{-1} \mathrm{d}x \int\limits_{-x-1}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_{0}^{\frac12(1-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$\tfrac12\,x - \tfrac13\,y = 1\,, \qquad \tfrac12\,x - \tfrac15\,y = 1\,, \qquad x = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_0^2 \mathrm{d}x \int\limits_{\frac52(x-2)}^{\frac32(x-2)} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int\limits_{-3}^{0} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac23(y+3)}^{\frac25(y+5)} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-5}^{-3} \mathrm{d}y \int\limits_{0}^{\frac25(y+5)} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$x < y + 2\,, \qquad y < 2x + 1\,, \qquad -1 < x < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_{x-2}^{2x+1} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int\limits_{-3}^{-1} \mathrm{d}y \int\limits_{-1}^{y+2} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-1}^{3} \int\limits_{\frac12(y-1)}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$\tfrac13\,x - \tfrac14\,y = 1\,, \qquad \tfrac15\,x - \tfrac14\,y = 1\,, \qquad y = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-4}^{0} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac34(y+4)}^{\frac54(y+4)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_{0}^{3} \mathrm{d}x \int\limits_{\frac45(x-5)}^{\frac43(x-3)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_{3}^{5} \mathrm{d}x \int\limits_{\frac45(x-5)}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$3y < 5x + 4\,, \qquad 5x + 4y < 17\,, \qquad y + 2 > 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned}\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-2}^{3} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac15(3y-4)}^{\frac15(17-4y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_{-2}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_{-2}^{\frac13(5x+4)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_{1}^{5} \mathrm{d}x \int\limits_{-2}^{\frac14(17-5x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,.\end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je konečná oblast omezená přímkami

$$\tfrac{1}{2}\,x + \tfrac{1}{5}\,y = 1\,, \qquad \tfrac{1}{6}\,x + \tfrac{1}{5}\,y = 1\,, \qquad y = 0\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_0^5 \mathrm{d}y \int\limits_{\frac{2}{5}(5-y)}^{\frac{6}{5}(5-y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x = \\ &= \int\limits_0^2 \mathrm{d}x \int\limits_{\frac{5}{2}(2-x)}^{\frac{5}{6}(6-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y + \int\limits_2^6 \mathrm{d}x \int\limits_0^{\frac{5}{6}(6-x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,. \end{aligned}\right]$$

Integrál $\iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, kde oblast $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ je dána nerovnostmi

$$x < y + 4\,, \qquad y + 1 < 4x\,, \qquad x < 1\,,$$

napište pomocí jednoduchých integrálů aspoň v jednom pořadí integrace.

$$\left[\begin{aligned} \iint_\Omega f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}x \int\limits_{x-4}^{4x-1} f(x,y)\,\mathrm{d}y = \\ &= \int\limits_{-5}^{-3} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac{1}{4}(y+1)}^{y+4} f(x,y)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-3}^{3} \mathrm{d}y \int\limits_{\frac{1}{4}(y+1)}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,. \end{aligned}\right]$$

Příklad 6

Tento příklad bude v prvním a druhém opravném testu místo **příkladu 4.**

Najděte hmotnost oblouku paraboly $y^2 = 2x$, $|y| \leq 1$, je-li její hustota $\rho(x, y) = |y|$.

$\left[\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right).\right]$

Najděte integrál $\int_{\mathcal{C}} \sqrt{x^2 + y^2}\, \mathrm{d}s$, kde křivka $\mathcal{C}$ má paramtrické rovnice

$$x = \cos t + t \sin t\,, \quad y = \sin t - t \cos t\,, \qquad t \in \langle 0, 2\rangle\,.$$

$\left[\frac{1}{3}\left(5\sqrt{5} - 1\right).\right]$

Najděte integrál $\int_{\mathcal{C}} \sqrt{2y}\, \mathrm{d}s$, kde křivka $\mathcal{C}$ má paramtrické rovnice

$$x = t - \sin t\,, \quad y = 1 - \cos t\,, \qquad t \in \langle 0, 2\pi\rangle\,.$$

$[4\pi\,.]$

Najděte délku oblouku křivky $\mathcal{C}$ dané parametrickými rovnicemi

$$x = \mathrm{e}^{-t} \cos t\,, \quad y = \mathrm{e}^{-t} \sin t\,, \quad z = \mathrm{e}^{-t}\,, \qquad 0 < t < \infty\,.$$

$\left[\sqrt{3}\,.\right]$

Najděte hmotnost křivky $\mathcal{C}$, která je dána parametrickými rovnicemi

$$x = t \cos t\,, \quad y = t \sin t\,, \quad z = t\,, \qquad t \in \langle 0, 1\rangle\,,$$

je-li její hustota $\rho(x, y, z) = z$. $\left[\frac{1}{3}\left(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}\,.\right]$

Najděte křivkový integrál $\int_{\mathcal{C}} (x + 2y)\mathrm{e}^{x+y+z}\, \mathrm{d}s$, kde $\mathcal{C}$ je úsečka z bodu $A = [1; 2; -3]$ do bodu $B = [3; 1; -1]$. $[5(\mathrm{e}^3 - 1)\,.]$

Najděte hmotnost křivky $\mathcal{C}$, která je dána parametrickými rovnicemi

$$x = \cos t + t \sin t\,, \quad y = \sin t - t \cos t\,, \quad z = \tfrac{1}{2} t^2\,, \qquad 0 \leq t \leq 1\,,$$

je-li její hustota $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$. $\left[\frac{1}{3}\left(4 - \sqrt{2}\right).\right]$

Najděte integrál $\int_{\mathcal{C}} x\, \mathrm{d}s$, kde $\mathcal{C}$ je křivka daná parametrickými rovnicemi

$$x = \cos t\,, \quad y = \sin t\,, \quad z = 1 + \ln \cos t\,, \qquad 0 \leq t \leq \tfrac{1}{4}\pi\,.$$

$\left[\frac{1}{4}\pi\,.\right]$

Najděte integrál $\int_{\mathcal{C}} (x + y)\mathrm{e}^{y+z}\, \mathrm{d}s$, kde $\mathcal{C}$ je úsečka z bodu $A = [1; -1; 2]$ do bodu $B = [-1; 0; 1]$. $\left[-\sqrt{\frac{3}{2}}\,\mathrm{e}\,.\right]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, resp. $\mathbf{j}$, jednotkové vektory ve směru osy x, resp. y. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = (2-y)\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = t - \sin t\,, \quad y = 1 - \cos t\,, \qquad t \in \langle 0, 2\pi \rangle\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $[-2\pi\,.]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, resp. $\mathbf{j}$, jednotkové vektory ve směru osy x, resp. y. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = (x-y)\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = 2\cos t\,, \quad y = 3\sin t\,, \qquad t \in \langle 0, 2\pi \rangle\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $[12\pi\,.]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, resp. $\mathbf{k}$, jednotkové vektory ve směru osy x, y, resp. z. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = y\mathbf{i} + x\mathbf{k}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = 1 + \cos t\,, \quad y = \sin t\,, \quad z = t\,, \qquad t \in \langle 0, 2\pi \rangle\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $[\pi\,.]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, resp. $\mathbf{k}$, jednotkové vektory ve směru osy x, y, resp. z. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = z\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = \cos t + t\sin t\,, \quad y = \sin t - t\cos t\,, \quad z = \frac{1}{t}\,, \qquad t \in \langle \tfrac{1}{2}\pi, \pi \rangle\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $\left[1 - \tfrac{1}{2}\pi - \pi^{-1}\,.\right]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, resp. $\mathbf{k}$, jednotkové vektory ve směru osy x, y, resp. z. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = \cos t\,, \quad y = \sin t\,, \quad z = 2t\,, \qquad t \in \langle 0, \pi \rangle\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $[\pi(2\pi - 1)\,.]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, resp. $\mathbf{k}$, jednotkové vektory ve směru osy x, y, resp. z. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = (y+z)\mathbf{i} - (x+z)\mathbf{j} - 2x\mathbf{k}$ podél křivky $\mathcal{C}$ s parametrickými rovnicemi

$$x = \mathrm{e}^{-t}\cos t\,, \quad y = \mathrm{e}^{-t}\sin t\,, \quad z = \mathrm{e}^{-t}\,, \qquad t \in (0, \infty)\,,$$

která je orientovaná ve směru růstu parametru t. $\left[-\tfrac{1}{2}\,.\right]$

Nechť jsou $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, resp. $\mathbf{k}$, jednotkové vektory ve směru osy x, y, resp. z. Najděte práci vektoru $\mathbf{f} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ podél úsečky s počátečním bodem $A = [-1; 0; 1]$ a koncovým bodem $B = [3; 1; -1]$. $[0\,.]$

Najděte potenciál vektorového pole

$$\mathbf{f}(x,y) = (2xy + \sin y, x\cos y + x^2 + 1)$$

a pomocí něj spočítejte integrál $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s}$, kde $\mathcal{C}$ je křivka, která začíná v bodě $A = [1; \pi]$ a končí v bodě $B = [2, -\pi]$. $\left[U = (x^2+1)y + x\sin y\,; \quad \int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = -7\pi\,.\right]$

Najděte potenciál vektorového pole

$$\mathbf{f}(x,y) = (x - y\cos x + \cos y, -y - x\sin y - \sin x)$$

a pomocí něj spočítejte integrál $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s}$, kde $\mathcal{C}$ je křivka, která začíná v bodě $A = [0;\pi]$ a končí v bodě $B = [\pi;0]$. $\big[U = x\cos y - y\sin x + \frac{1}{2}\,x^2 - \frac{1}{2}\,y^2\,;\quad \int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = \pi(\pi+1)\,.\big]$

Najděte potenciál vektorového pole

$$\mathbf{f} = (y\mathrm{e}^{xy} + x - y, x\mathrm{e}^{xy} - x - 2y)$$

a pomocí něj spočítejte integrál $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s}$, kde $\mathcal{C}$ je křivka, která začíná v bodě $A = [1;0]$ a končí v bodě $B = [-1;1]$. $\big[U = \mathrm{e}^{xy} + \frac{1}{2}\,x^2 - xy - y^2\,;\quad \int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = \mathrm{e}^{-1} - 1.\big]$

Najděte potenciál vektorového pole

$$\mathbf{f}(x,y) = \big(2x(1+y) - y^2 - 1, 2y(1-x) + x^2 + 1\big)$$

a pomocí něj spočítejte integrál $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s}$, kde $\mathcal{C}$ je křivka, která začíná v bodě $A = [2;0]$ a končí v bodě $B = [1;1]$. $\big[U = x^2y - xy^2 + x^2 + y^2 - x + y\,;\quad \int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = 0\,.\big]$

Najděte potenciál vektorového pole

$$\mathbf{f} = \big(y(1+\cos xy) + 2x + 1, x(1+\cos xy) + 2y - 1\big)$$

a pomocí něj spočítejte integrál $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s}$, kde $\mathcal{C}$ je křivka, která začíná v bodě $A = [1;0]$ a končí v bodě $B = [0;1]$. $\big[U = \sin xy + x^2 + xy + y^2 + x - y\,;\quad \int_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = -2\,.\big]$

<u>Příklad 7</u>

<u>Tento příklad bude ve druhém opravném testu místo **příkladu 1.**</u>

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 4x' + 4x = t^2 + 2 + \mathrm{e}^{-2t}\sin t + \mathrm{e}^{-2t}$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H &= C_1\mathrm{e}^{-2t} + C_2\mathrm{e}^{-2t}t\,, \\ x_N &= a_1t^2 + b_1t + c_1 + \mathrm{e}^{-2t}(a_2\cos t + b_2\sin t) + a_3\mathrm{e}^{-2t}\cdot t^2\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + x' - 6x = \mathrm{e}^{2t}(1 + \sin 2t - t\cos 2t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H &= C_1\mathrm{e}^{2t} + C_2\mathrm{e}^{-3t}\,, \\ x_N &= a_1\mathrm{e}^{2t}\cdot t + \mathrm{e}^{2t}\big((a_2t + b_2)\cos 2t + (c_2t + d_2)\sin 2t\big)\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 3x' + 2x = \mathrm{e}^{t}(t + 1) + \mathrm{e}^{-t}(2 + \cos 2t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H &= C_1\mathrm{e}^{-t} + C_2\mathrm{e}^{-2t}\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{t}(a_1t + b_1) + a_2\mathrm{e}^{-t}\cdot t + \mathrm{e}^{-t}(a_3\cos 2t + b_3\sin 2t)\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 2x' + x = t\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}\sin t - \mathrm{e}^{-2t}\cos t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H &= C_1\mathrm{e}^{t} + C_2\mathrm{e}^{t}t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{t}(a_1t + b_1)\cdot t^2 + \mathrm{e}^{-t}(a_2\cos t + b_2\sin t) + \mathrm{e}^{-2t}(a_3\cos t + b_3\sin t)\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - x' - 2x = \mathrm{e}^{-t}\cos t + (t + 2)\mathrm{e}^{2t}$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H &= C_1\mathrm{e}^{-t} + C_2\mathrm{e}^{2t}\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{-t}(a_1\cos t + b_1\sin t) + \mathrm{e}^{2t}(a_2t + b_2)\cdot t\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 2x' - 3x = \mathrm{e}^{-t}(\mathrm{e}^{2t} - t\mathrm{e}^{-2t}) + \cos 2t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^t + C_2\mathrm{e}^{-3t}\,, \\ x_N = a_1\mathrm{e}^t \cdot t + (a_2t + b_2)\mathrm{e}^{-3t} \cdot t + a_3\cos 2t + b_3 \sin 2t\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 2x' + x = t\mathrm{e}^{-t}(1 + \cos 2t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^{-t} + C_2t\mathrm{e}^{-t}\,, \\ x_N = \mathrm{e}^{-t}(a_1t + b_1) \cdot t^2 + \mathrm{e}^{-t}\big((a_2t + b_2)\cos 2t + (c_2t + d_2)\sin 2t)\big)\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 4x' + 3x = \mathrm{e}^{-t}(\sin 2t + t\cos 2t - \mathrm{e}^{-2t})$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^{-t} + C_2\mathrm{e}^{-3t}\,, \\ x_N = \mathrm{e}^{-t}\big((a_1t + b_1)\cos 2t + (c_1t + d_1)\sin 2t\big) + a_2\mathrm{e}^{-3t} \cdot t\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 6x' + 9x = \mathrm{e}^{-t}(\sin 2t + t\cos 2t - \mathrm{e}^{-2t})$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^{-3t} + C_2t\mathrm{e}^{-3t}\,, \\ x_N = \mathrm{e}^{-t}\big((a_1t + b_1)\cos 2t + (c_1t + d_1)\sin 2t\big) + a_2\mathrm{e}^{-3t} \cdot t^2\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 4x' + 4x = \mathrm{e}^{-t}\sin 2t + \mathrm{e}^{2t}(t + 1)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^{2t} + C_2t\mathrm{e}^{2t}\,, \\ x_N = \mathrm{e}^{-t}(a_1\cos 2t + b_1\sin 2t) + \mathrm{e}^{2t}(a_2t + b_2) \cdot t^2\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 2x' + 5x = \mathrm{e}^{-t}(t - \sin 2t + 2\cos t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\begin{bmatrix} x_H = C_1\mathrm{e}^{-t}\cos 2t + C_2\mathrm{e}^{-t}\sin 2t\,, \\ x_N = \mathrm{e}^{-t}(a_1t + b_1) + \mathrm{e}^{-t}(a_2\cos 2t + b_2\sin 2t) \cdot t + \mathrm{e}^{-t}(a_3\cos t + b_3\sin t)\,. \end{bmatrix}$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 2x' + 10x = (t + 1)\mathrm{e}^{-t} + (\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^{-t})\cos 3t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{-t}\cos 3t + C_2 \mathrm{e}^{-t}\sin 3t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{-t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{t}(a_2\cos 3t + b_2\sin 3t) + \mathrm{e}^{-t}(a_3\cos 3t + b_3\sin 3t)\cdot t\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 2x' + 5x = \mathrm{e}^{-t}\sin 2t + (2t+1)\mathrm{e}^{t}\cos 2t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{t}\cos 2t + C_2 \mathrm{e}^{t}\sin 2t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{-t}(a_1\cos 2t + b_1\sin 2t) + \mathrm{e}^{t}\big((a_2 t + b_2)\cos 2t + (c_2 t + d_2)\sin 2t\big)\cdot t\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 2x' + 10x = \mathrm{e}^{t}(t + 2 - \cos 3t + t\sin 2t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{t}\cos 3t + C_2 \mathrm{e}^{t}\sin 3t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{t}(a_2\cos 3t + b_2\sin 3t)\cdot t + \mathrm{e}^{t}\big((a_3 t + b_3)\cos 2t + (c_3 t + d_3)\sin 2t\big)\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 2x' + 2x = \mathrm{e}^{-t}(t - \sin 2t + 2t\cos t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{-t}\cos t + C_2 \mathrm{e}^{-t}\sin t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{-t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{-t}(a_2\cos 2t + b_2\sin 2t) + \mathrm{e}^{-t}\big((a_3 t + b_3)\cos t + (c_3 t + d_3)\sin t\big)\cdot t\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 2x' + 2x = (t - \cos t)\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}\sin t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{t}\cos t + C_2 \mathrm{e}^{t}\sin t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{t}(a_2\cos t + b_2\sin t)\cdot t + \mathrm{e}^{-t}(a_3\cos t + b_3\sin t)\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 4x' + 5x = \mathrm{e}^{-2t}(t - \sin 2t + 2\cos t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{-2t}\cos t + C_2 \mathrm{e}^{-2t}\sin t\,, \\ x_N &= \mathrm{e}^{-2t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{-2t}(a_2\cos 2t + b_2\sin 2t) + \mathrm{e}^{-2t}(a_3\cos t + b_3\sin t)\cdot t\,. \end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 4x' + 8x = \mathrm{e}^{2t}(t - \sin 2t + 2\cos t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{2t}\cos 2t + C_2\mathrm{e}^{2t}\sin 2t\,,\\ x_N &= \mathrm{e}^{2t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{2t}(a_2\cos 2t + b_2\sin 2t)\cdot t + \mathrm{e}^{2t}(a_3\cos t + b_3\sin t)\,.\end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' + 4x' + 13x = \mathrm{e}^{-2t}(t + 1 - \sin 2t + 2\cos 3t)$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{-2t}\cos 3t + C_2\mathrm{e}^{-2t}\sin 3t\,,\\ x_N &= \mathrm{e}^{-2t}(a_1 t + b_1) + \mathrm{e}^{-2t}(a_2\cos 2t + b_2\sin 2t) + \mathrm{e}^{-2t}(a_3\cos 3t + b_3\sin 3t)\cdot t\,.\end{aligned}\right]$$

Najděte obecné reálné řešení homogenní rovnice k rovnici

$$x'' - 6x' + 10x = \mathrm{e}^{2t}\sin t + t\mathrm{e}^{3t}\cos t$$

a uveďte, v jakém tvaru budete hledat řešení nehomogenní rovnice.

$$\left[\begin{aligned} x_H &= C_1 \mathrm{e}^{3t}\cos t + C_2\mathrm{e}^{3t}\sin t\,,\\ x_N &= \mathrm{e}^{2t}(a_1\cos t + b_1\sin t) + \mathrm{e}^{3t}\big((a_2 t + b_2)\cos t + (c_2 t + d_2)\sin t\big)\cdot t\,.\end{aligned}\right]$$
