

Přednáška 2 – ČÍSELNÉ ŘADY

1. Posloupnost částečných součtů řady.
2. Součet řady.
3. Řada konvergentní a divergentní.
4. Příklad: geometrická řada.
5. Příklad: řada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.
6. Linearita součtu řady.
7. Cauchy–Bolzanova podmínka pro řady.
8. Řada konverguje $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
9. Divergence harmonické řady.
10. Srovnávací kritérium konvergence řad.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konverguje $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.
12. Absolutně a neabsolutně konvergentní řady.
13. Příklad: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$.
14. Řada s nezápornými členy a posloupnost jejích částečných součtů.
15. Srovnávací kritérium pro řady s nezápornými členy.
16. Příklad: řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, kde $n \geq 2$ nebo $p \leq 1$.
17. Konvergence řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ a posloupnost $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$.
18. Konvergence řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ a limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$.
19. Odmocninové kritérium pro řady s nezápornými členy.
20. Limitní odmocninové kritérium pro řady s nezápornými členy.
21. Příklad: konvergence řady $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{n^2} x^{2n}$.
22. Podílové kritérium pro řady s nezápornými členy.
23. Limitní podílové kritérium pro řady s nezápornými členy.
24. Příklad: konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^{2n}$.
25. Konvergence řad $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pro $p \in \mathbb{N}$.

26. Příklad: konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^4 + n^2 - 1}}{\sqrt{n^3 + n + 1}\sqrt[5]{n^4 + 1}}$.

27. Raabeho kritérium konvergence pro řady s nezápornými členy.

28. Příklad: konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}$.

29. Řady s libovolnými členy a absolutní konvergence.

30. Součtem řad nezáporných a nekladných členů řady.

31. Přerovnání členů absolutně konvergentní řady.

32. Přerovnání členů neabsolutně konvergentní řady.

33. Leibnizovo kritérium neabsolutně konvergentní řady.

34. Příklad: řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^p}$.

35. Příklad: konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3 - (-1)^n}{n}$.

36. Abelova metoda sumace.

37. Abelovo kritérium neabsolutně konvergentních řad.

38. Příklad: řady typu $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\varphi$ a $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin n\varphi$, kde $a_n \geq 0$.