

## Přednáška 8 – RIEMANNŮV INTEGRÁL

1. Nástin konstrukce Riemannova integrálu a jeho geometrický význam.
2. Dělení  $\mathcal{D}$  intervalu  $\langle a, b \rangle$ .
3. Dolní a horní Riemannův součet funkce  $f(x)$  příslušný k dělení  $\mathcal{D}$ .
4. Dolní a horní Riemannův integrál funkce  $f(x)$ .
5. Riemannův integrál  $\int_a^b f(x) dx$ .
6. Zjemnění dělení  $\mathcal{D}$  intervalu  $\langle a, b \rangle$ .
7. Pro každá dvě dělení je  $s_{\mathcal{D}_1} \leq S_{\mathcal{D}_2}$ .
8.  $\left( \exists \int_a^b f(x) dx \right) \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0 \exists \mathcal{D}; S_{\mathcal{D}}(f) - s_{\mathcal{D}}(f) < \varepsilon)$ .
9.  $\int_a^b f(x) dx$  a  $\lim_{|\mathcal{D}| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot (a_i - a_{i-1})$ .
10. Monotonní funkce je integrovatelná.
11. Spojitá funkce je integrovatelná.
12.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .
13.  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ .
14.  $\int_M f(x) dx$ , kde  $M \subset \mathbb{R}$ .
15. Linearita integrálu.
16. Integrál nekladné a nezáporné části a absolutní hodnoty integrovatelné funkce.
17. Integrace součiny integrovatelných funkcí.
18.  $k \leq f(x) \leq K \Rightarrow k(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq K(b-a)$ .
19.  $f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$ .
20.  $f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$ .
21.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$ .
22. Spojitost funkce  $F(x) = \int_a^x f(\xi) d\xi$ .
23.  $\lim_{h \rightarrow 0^\pm} f(x+h) = A \Rightarrow F'_\pm(x) = A$ .
24.  $f(x)$  spojitá na  $\langle a, b \rangle \Rightarrow \left( \int_a^x f(\xi) d\xi \right)' = f(x)$ .
25.  $f(x)$  spojitá na  $\langle a, b \rangle \Rightarrow \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .
26. Integrace per partes pro určitý integrál.
27. Věty o substituci pro určitý integrál.
28. První věta o střední hodnotě integrálního počtu.
29. Druhá věta o střední hodnotě integrálního počtu.

- 30.** Obsah rovinného obrazce omezeného křivkami  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = a$  a  $x = b$ .
- 31.** Obsah rovinného obrazce v polárních souřadnicích.
- 32.** Objem rotačního tělesa.
- 33.** Délka křivky.
- 34.** Obsah rotační plochy.