Přednáška 3 – Číselné řady

1. Posloupnost částečných součtů řady.

2. Součet řady.

3. Řada konvergentní a divergentní.

4. Příklad: geometrická řada.

5. Příklad: řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.

6. Linearita součtu řady.

7. Cauchy–Bolzanova podmínka pro řady.

8. Řada konverguje $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

9. Divergence harmonické řady.

10. Srovnávací kritérium konvergence řad.

11. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konverguje $\Rightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

12. Absolutně a neabsolutně konvergentní řady.

13. Příklad: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$.

14. Řada s nezápornými členy a posloupnost jejích částečných součtů.

15. Srovnávací kritérium pro řady s nezápornými členy.

16. Příklad: řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, kde $n \geq 2$ nebo $p \leq 1$.

17. Konvergence řad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ a posloupnost $\left(\dfrac{a_n}{b_n}\right)$.

18. Konvergence řad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ a limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$.

19. Odmocninové kritérium pro řady s nezápornými členy.

20. Limitní odmocninové kritérium pro řady s nezápornými členy.

21. Příklad: konvergence řady $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{n^2} x^{2n}$.

22. Podílové kritérium pro řady s nezápornými členy.

23. Limitní podílové kritérium pro řady s nezápornými členy.

24. Příklad: konvergence řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^{2n}$.

25. Konvergence řad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pro $p \in \mathbb{N}$.

26. Příklad: konvergence řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^4+n^2-1}}{\sqrt{n^3+n+1}\sqrt[5]{n^4+1}}$.

27. Raabeho kritérium konvergence pro řady s nezápornými členy.

28. Příklad: konvergence řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n}\big(n!\big)^2}$.

29. Řady s libovolnými členy a absolutní konvergence.

30. Součtem řad nezáporných a nekladných členů řady.

31. Přerovnání členů absolutně konvergentní řady.

32. Přerovnání členů neabsolutně konvergentní řady.

33. Leibnizovo kritérium neabsolutně konvergentní řady.

34. Příklad: řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^p}$.

35. Příklad: konvergence řady $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3-(-1)^n}{n}$.

36. Abelova metoda sumace.

37. Abelovo kritérium neabsolutně konvergentních řad.

38. Příklad: řady typu $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\varphi$ a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin n\varphi$, kde $a_n \geq 0$.