

Příklad 1

Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = \ln \arcsin \frac{1+x}{1-x}.$$

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\cos x)^{\cosh x} + 3x$$

a nalezněte rovnici tečen ke grafu této funkce v bodech $[0; ?]$ a $\left[\frac{2\pi}{3}; ?\right]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\sin x)^{x^2} + 3 \cos x$$

a nalezněte rovnici normál ke grafu této funkce v bodech $\left[\frac{\pi}{2}; ?\right]$ a $\left[\frac{4\pi}{3}; ?\right]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\sin x)^{2x} + x^2$$

a nalezněte rovnici tečen ke grafu této funkce v bodech $\left[\frac{\pi}{2}; ?\right]$ a $\left[\frac{7}{4}\pi; ?\right]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\sin x)^x + 2x$$

a nalezněte její diferenciál v bodech $\left[\frac{\pi}{2}; ?\right]$ a $\left[\frac{6}{5}\pi; ?\right]$.

Nalezněte rovnice tečen ke grafu funkce

$$f(x) = \ln(1+x^2)$$

v jejích inflexních bodech.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\sin x)^{x^2} + x$$

a nalezněte její diferenciál v bodech $\left[\frac{\pi}{2}; ?\right]$ a $\left[\frac{5}{3}\pi; ?\right]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

a nalezněte rovnici tečen ke grafu této funkce v bodech $\left[\frac{1}{2}; ?\right]$ a $\left[-\frac{1}{2}; ?\right]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln \frac{3-x^2}{3x^3}$$

a nalezněte rovnice tečen ke grafu této funkce v bodech $[0; ?]$, $[1; ?]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

a nalezněte rovnice tečen ke grafu této funkce v bodech $\left[\frac{1}{2}; ?\right]$, $[1; ?]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\sin x)^{x^2} + 3 \cos x$$

a nalezněte rovnice tečen ke grafu této funkce v bodech $\left[\frac{\pi}{2}, ?\right]$, $[\pi, ?]$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\cos x)^{\cosh x} + 3x$$

a nalezněte rovnici normál ke grafu této funkce v bodech $[0; ?]$ a $[\pi; ?]$.

Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = (e^2 - x^2)^{-\cosh x} + e^{4x}$$

a její diferenciál v bodech $x_1 = 0$ a $x_2 = 3$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (4 - x^2)^{\sin x}$$

a nalezněte rovnice tečen ke grafu této funkce v bodech $[-3; ?]$, $[0; ?]$.

Nalezněte limity v krajních bodech definičního oboru funkce

$$f(x) = \frac{\ln(4-x)}{9-x^2}.$$

Nalezněte asymptoty ke grafu funkce

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}.$$

Nalezněte limity v krajních bodech definičního oboru funkce

$$f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x^2-1}.$$

Dokažte, že derivace sudé funkce je funkce lichá.

Napište rovnici normály ke grafu funkce $f(x) = x \ln x$ rovnoběžné s přímkou $p \equiv 2x - 2y + 3 = 0$.

Určete rovnici tečen k parabole $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$, které prochází bodem $B = [2; 1]$.

Je dána funkce $f(x) = x^2 \cdot \sin x$. Vypočtěte $f^{(20)}(x)$.

Dokažte, že derivace liché funkce je funkce sudá.

Ve kterých bodech má graf funkce $f(x) = x + \sqrt[3]{\sin x}$ tečny rovnoběžné s osou y ?

Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^3 + x - 2$, která je rovnoběžná s přímkou $p \equiv y = 4x - 1$.

Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^2(2-x)^2$, která je rovnoběžná s přímkou $p \equiv y = 0$.

Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^3 + 3x^2 - 5$, která je kolmá k přímce $p \equiv 2x - 6y + 1 = 0$.

Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^2 - 2x + 5$, která je kolmá k dané přímce $p \equiv y = -x + 3$.

Určete rovnici tečny ke grafu funkce $y = \ln x$, která je kolmá k přímce $p \equiv y = -2x - 1$.

Napište rovnice tečen hyperboly $7x^2 - 2y^2 = 14$, které jsou kolmé na přímkou $2x + 4y - 3 = 0$.

Ved'te tečny ke grafu funkce $y = 2x^2 - 1$ tak, aby procházely bodem $B = [2; 3]$.

Určete rovnici normály ke grafu funkce $y = x^2 - 4x + 5$, která je rovnoběžná s přímkou $p \equiv x + 4y - 4 = 0$.

Určete rovnici normály ke grafu funkce $y = x^2 - 6x + 6$, která je kolmá k dané přímce $p \equiv y = -x$.

Určete rovnici normály ke grafu funkce $y = -\sqrt{x} + 2$, která je kolmá k přímce $p \equiv y = -\frac{x}{2} + 2$.

Ved'te tečny ke grafu funkce $y = \frac{x+9}{x+5}$ tak, aby procházely bodem $B = [0; 0]$.

Ved'te tečny ke grafu funkce $y = \frac{1}{x}$ tak, aby procházely bodem $B = [-1; 1]$.

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x)x.$$

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} \left(\frac{1}{x} - \cotg x \right).$$

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x).$$

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{x^2}.$$

Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} (\cotg x)^{\sin x}.$$

Dokažte, že polynom P s reálnými koeficienty má tuto vlastnost: Mezi každými dvěma reálnými kořeny polynomu P leží kořen polynomu P' .

Nalezněte hodnotu k a interval, ve kterém platí uvedená rovnost

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = k.$$

Nalezněte hodnotu k a interval, ve kterém platí rovnosti

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x} = k.$$

Nalezněte hodnotu k a interval, ve kterém platí rovnost

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = k.$$

Nalezněte hodnotu k a interval, ve kterém platí rovnost

$$2 \operatorname{arctg} x - \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2} = k.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\ln x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 - 3x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{1/x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right).$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{cotg}^2 x \right).$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(1-x)}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} (1+x)^{\ln x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{x e^{-x}}{e^x - 1}.$$

Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 \, dt}{x}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (\operatorname{arctg} t)^2 \, dt}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} \, dt \right)^2}{\int_0^x e^{2t^2} \, dt}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} \, dt.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x \sqrt{1 + t^4} \, dt}{x^3}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{\int_x^{+\infty} t^{-1} e^{-t} \, dt}{\ln(1/x)}.$$

Najděte

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} x^\alpha \int_x^1 \frac{f(t)}{t^{\alpha+1}} \, dt,$$

kde $\alpha > 0$ a $f(t)$ je spojitá funkce na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = (e^2 - x^2)^{\cosh x} + e^{4x}$ a její diferenciály v bodech $x_0 = 0$ a $x_1 = -4$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = \left(\cosh \frac{2x}{x-3}\right)^{7-3x} - \operatorname{tgh} x$ a její diferenciály v bodech $x_0 = 0$ a $x_1 = 3$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^{\cosh x} + e^{2x}$ a rovnici normál k jejímu grafu v bodech $x_0 = 2$ a $x_1 = 0$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = 3 \cos x + (\sin x)^{x^2}$ a rovnici normál k jejímu grafu v bodech $x_0 = \frac{\pi}{2}$ a $x_1 = -\frac{\pi}{2}$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = (\cos x)^{2x} - \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$ a rovnici tečen k jejímu grafu v bodech $x_0 = \pi$ a $x_1 = 0$.

Najděte definiční obor funkce $f(x) = 3x + (\cos x)^{\cosh x}$ a rovnici normál k jejímu grafu v bodech $x_0 = \pi$ a $x_1 = 0$.

Nalezněte limity v hraničních bodech definičního oboru funkce $f(x) = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^x$.

Nalezněte rovnice všech asymptot ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[x]{\ln(6-2x)}$.

Nalezněte definiční obor funkce $f(x) = \sqrt[x]{(9-3x)^{\cosh(2x-2)}}$ a napište rovnici normál k jejímu grafu v bodech $x_1 = 1$ a $x_2 = 4$.

Napište rovnice všech asymptot ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[2x]{\ln(8-4x)}$.

Nalezněte limity v krajních bodech definičního oboru funkce

$$f(x) = \left[\operatorname{tgh}(4-2x)\right]^{\frac{1}{x^2-2x}}.$$

Nalezněte definiční obor funkce $f(x) = (4-3x)^{\frac{\cosh(x-1)}{x}}$ a normálu ke grafu této funkce v bodech $x_1 = 1$ a $x_2 = 2$.

Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = \left[\operatorname{arctg}(1-x)\right]^{\cosh 4x}$$

a její diferenciály v bodech $x_1 = 2$ a $x_2 = 0$.

Nalezněte všechny asymptoty funkce $f(x) = \sqrt[x-2]{\cosh(3x-6)}$.

Nalezněte definiční obor funkce $f(x) = (\sin x)^{2x} + x^2$ a rovnici tečen k jejímu grafu v bodech $x_1 = \frac{\pi}{2}$ a $x_2 = \frac{4\pi}{3}$.

Nalezněte definiční obor funkce $f(x) = (\sin x)^{x^2} + x$ a její diferenciály v bodech $x_1 = \frac{\pi}{2}$ a $x_2 = \frac{3\pi}{2}$.

Nalezněte definiční obor funkce $f(x) = (4 - x^2)^{\sin x}$ a rovnici tečen k jejímu grafu v bodech $x_1 = -3$ a $x_2 = 0$.

Nalezněte limity funkce

$$f(x) = \frac{\ln\left(\frac{2}{\pi} \arccos x\right)}{\ln(x+1)}$$

v hraničních bodech jejího definičního oboru.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (x^2 - 1)^{\sin x}$$

a nalezněte rovnice normál ke grafu této funkce v bodech $x_1 = 0$ a $x_2 = \pi$.

Určete definiční obor funkce

$$f(x) = (\cos x)^{2x} - \arcsin \frac{x}{3}$$

a nalezněte rovnice tečen ke grafu této funkce v bodech $x_1 = 2\pi$ a $x_2 = 0$.

Nalezněte rovnice všech asymptot ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[x]{\ln(5 - 2x)}$.

Nalezněte limity v krajních bodech definičního oboru funkce

$$f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x^2+1}.$$

Příklad 2

Nalezněte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \ln \frac{|6 - 2x|}{x + 1}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{3x^3 - 4x}{x^2 - 4}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{2x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 6}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 3 - 2 \operatorname{arctg} x}{x + 1}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 1}.$$

Nalezněte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \ln \frac{|x - 2|}{x + 3}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 - 12x - 8 + e^{-x}}{x^2 - 4}.$$

Nalezněte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce

$$f(x) = \ln \frac{x-3}{|x-5|}.$$

Nalezněte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2 + e^{-x^2}}{x+1}.$$

Nalezněte oblasti monotonie a lokální extrémů funkce

$$f(x) = \ln \frac{x-2}{|x-3|}.$$

Nalezněte obor konvexnosti, konkávnosti a inflexní body funkce

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

Nalezněte globální extrémů funkce

$$f(x) = \ln(e^2 - x^2)$$

na intervalu $\langle -1, 2 \rangle$.

Nalezněte intervaly konvexnosti, konkávnosti a inflexní body funkce

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2}.$$

Nalezněte globální extrémů funkce

$$f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} x$$

na intervalu $\langle 0, \sqrt{3} \rangle$.

Nalezněte globální extrémů funkce

$$f(x) = \left| \ln \frac{1}{x} \right|$$

na intervalu $\langle e^{-1}, e^2 \rangle$.

Nalezněte globální extrémy funkce

$$f(x) = x - \operatorname{arctg} x, \quad x \in \langle -\sqrt{3}, \sqrt{3} \rangle.$$

Na intervalu $\langle -3, 0 \rangle$ nalezněte globální extrémy funkce

$$f(x) = \ln(8 - 2x - x^2).$$

Nalezněte intervaly konvexnosti, konkávnosti a inflexní body funkce

$$F(x) = \int_0^x e^t \sin t \, dt, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Nalezněte intervaly konvexnosti, konkávnosti a inflexní body funkce

$$F(x) = \int_{-1}^x t^2 e^{-t} \, dt, \quad x \in \langle -1, \infty \rangle.$$

Nalezněte inflexní body funkce

$$F(x) = \int_0^x \sin^2 t \, dt, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Určete, ve kterých intervalech je funkce $f(x) = \frac{|x-1|}{x^2}$ konvexní a ve kterých je konkávní a najděte inflexní body.

Určete, ve kterých intervalech je funkce $f(x) = \ln(1+x^3)$ konvexní a ve kterých je konkávní a najděte inflexní body.

Určete inflexní body funkce $f(x) = x \sin(\ln x)$.

Určete všechny asymptoty grafu funkce $f(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{x^2-1}}$.

Určete všechny asymptoty grafu funkce $f(x) = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$.

Určete všechny asymptoty grafu funkce $f(x) = 3x + \operatorname{arctg} x$.

Určete intervaly, na nichž je funkce $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ konvexní, konkávní a inflexní body této funkce.

Pro které číslo je součet s jeho druhou mocninou minimální?

Určete rozměry kvádru s čtvercovou základnou, který má při daném objemu V nejmenší povrch.

Na hyperbole dané rovnicí $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ nalezněte bod, který je nejbližší bodu $A = [3; 0]$.

Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$.

Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x^2 e^{-x}$.

Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.

Určete lokální extrémy funkce $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$.

Určete lokální extrémy funkce $f(x) = |e^{-x} \sin x|$.

Určete lokální extrémy funkce $f(x) = x \ln^2 x$.

Určete lokální extrémy funkce $f(x) = 2x + e^{-x}$.

Určete intervaly, ve kterých je funkce $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ konvexní, konkávní a inflexní body této funkce.

Určete intervaly, ve kterých je funkce $f(x) = e^{-x^2}$ konvexní, konkávní a inflexní body této funkce.

Určete intervaly, ve kterých je funkce $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ konvexní, konkávní a inflexní body této funkce.

Pro které kladné číslo x je jeho součet s jeho převrácenou hodnotou $1/x$ minimální?

Pro které kladné číslo x je jeho rozdíl s jeho druhou odmocninou minimální?

Do kružnice o poloměru R vepište obdélník, který má největší obsah a tento obsah určete.

Který obdélník vepsaný do půlkruhu o poloměru R má největší obsah a jaký?

Do koule o poloměru R vepište válec, který má největší objem.

Do rotačního kužele s výškou v a poloměrem podstavy R vepište válec s největším objemem.

Který kvádr se čtvercovou podstavou má při daném objemu V nejmenší povrch?

Který válec má při daném objemu V minimální povrch?

Najděte lokální extrémy funkce $f(x) = e^{|6-3x|/x}$.

Nalezněte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$.

Najděte intervaly, v nichž je funkce $f(x) = \ln \frac{|x-1|}{x+3}$ konvexní a konkávní.

Najděte všechny asymptoty grafu funkce $f(x) = \frac{\sin^2(x-2)}{(x^2-4)^2}$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln \frac{x-3}{|x-5|}$.

Najděte rovnice všech asymptot ke grafu funkce $f(x) = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = \sin 2x - x$ na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$.

Najděte rovnice všech asymptot ke grafu funkce $f(x) = \frac{\arccos \sqrt{x}}{\sqrt{x-x^2}}$.

Najděte rovnice tečen ke grafu funkce $f(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x}$ v jejích inflexních bodech.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^2+1}{1-x^2}$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln \frac{x-2}{|x-3|}$.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^3+x^2}$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln \frac{|6-2x|}{x+1}$.

Najděte rovnice tečen ke grafu funkce $f(x) = e^{|3+x|/(x-1)}$ v jejích inflexních bodech.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x^3}$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = e^{|2-x|/(x+1)}$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \operatorname{arccotg}|x^2 - 2x - 8|$.

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln \frac{3 - x^2}{x^3}$.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = e^{|2-x|/(x+1)}$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = \ln(8 - 2x - x^2)$ na intervalu $\langle -3, 0 \rangle$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} x$ na intervalu $\langle 0, \sqrt{3} \rangle$.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \frac{x^2 + 7}{|x - 3|}$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = \ln(e^2 - x^2)$ na intervalu $\langle -1, 2 \rangle$.

Najděte rovnice všech tečen ke grafu funkce $f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$ v jejích inflexních bodech.

Najděte lokální extrémy funkce $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$.

Najděte lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{4 - x^2}$.

Najděte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x^2 - x}$.

Najděte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která je funkce $f(x) = 2x^2 + \ln|x|$ současně rostoucí a konkávní.

Najděte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která je funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x}$ současně rostoucí a konvexní.

Do koule o poloměru R vepište válec, který má největší povrch.

Nalezněte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \exp\left(\frac{|1 - x|}{x}\right)$.

Nalezněte lokální a globální extrémy funkce $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$ na intervalu $I = \langle -1, 4 \rangle$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = \sin 2x - x$ na intervalu $I = \langle 0, \pi \rangle$.

Najděte globální extrémy funkce $f(x) = \sin 2x - x$ na intervalu $I = \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$.

Najděte rovnice tečen ke grafu funkce $f(x) = e^{|3+x|/(x-1)}$ v bodech $x_1 = -3$ a $x_2 = 3$.

Nalezněte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 \operatorname{arctg} x}{x^2 - 1}$.

Nalezněte rovnice všech asymptot grafu funkce $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + x + \sin x}{x^2 - \pi^2}$.

Příklad 3

Vypočtěte

$$\int \arcsin \frac{x}{2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{2 \ln^2 x + 24}{x \ln^2 x + 9x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \ln^2 x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \arccos \frac{x}{3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{2e^{3x} + 24e^x}{e^{2x} + 9} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x^2 - 2x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{2x+1}{x^3+2x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{4e^{3x} + 42e^x}{e^{2x} + 9} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\sqrt{x+1} + 3}{x+5} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int 2x \ln^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{2x - 3}{x^2 - 4x + 6} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{4x + 4}{x^3 - 2x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x + 2}{x^3 + 2x^2 + x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int x^2 e^{2x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x - 3}{x^3 - 2x^2 + x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{3 - \sqrt{x - 2}}{x + 7} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int x \ln^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{2x + 6}{x^3 + 4x^2 + 4x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{2 \cosh^3 x + 22 \cosh x}{\sinh^2 x + 9} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x+1}{x^3-2x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{2x-3}{x^2-4x+8} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{5+\sqrt{x-2}}{x+2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\cosh^3 x + 7 \cosh x}{\sinh^2 x + 4} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{3x-2}{x^2+3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{x^4+x^2} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x^3 \, dx}{x^2+2x+3} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{2 - e^x - e^{2x}} .$$

VypočtĚte

$$\int \sqrt{1 - x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int x^2 \cos x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int x \operatorname{arctg} x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x \, dx}{\sin^2 x} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x \, dx}{1 + x^4} .$$

VypočtĚte

$$\int x^2 e^{-x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int e^{-x} \cos x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \operatorname{arctg} x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \arcsin x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \sqrt{1+x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \sin^3 2x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{(x^2+1)(x-1)^2} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\sqrt{x}}{x+4} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} .$$

Vypočtěte

$$\int \cos x \cdot \cos 3x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \sin 2x \cdot \cos 5x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

Vypočtěte

$$\int e^{\sqrt{x}} dx.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{e^x + \sqrt{e^x}}.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x^2}}.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x^3}{x^8 + 1} dx.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x^2 + 1}{x(x^2 - 1)} dx.$$

Vypočtěte

$$\int e^{\sqrt{x}} \sqrt{x} dx.$$

Vypočtěte

$$\int \ln(1 + x^2) dx.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx.$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}} .$$

Vypočtěte

$$\int x^5 e^{-x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int x e^{\sqrt{x}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \cos^2 \sqrt{x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int x^2 \sin x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{(1+e^x)^2} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2} .$$

Vypočtěte

$$\int x^2 \ln^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 dx .$$

VypočtĚte

$$\int x \arctg(x+1) dx .$$

VypočtĚte

$$\int x \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)(x+3)} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x dx}{(x+2)(x-1)^2} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{x^4 - 1} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{x^3 + 1} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x dx}{x^3 - 1} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x^3 dx}{x^8 + 3} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x dx}{x^8 - 1} .$$

VypočtĚte

$$\int \operatorname{tg}^3 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \operatorname{cotg}^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{2^x \cdot 3^x}{9^x + 4^x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \sin^3 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int x^2 \sqrt[3]{1-x} \, dx$$

VypočtĚte

$$\int \frac{\sin x \cdot \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \sqrt{x} \ln^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right) \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{x e^x}{(x + 1)^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{(x + 1) \, dx}{x^2 + x + 1} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - x + 2}} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{5 - \sqrt{x - 2}}{x + 2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{4x^2 \, dx}{1 - x^4} .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{4x + 4}{x^3 - 2x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int \frac{4e^x \, dx}{(e^{2x} + 2e^x + 1)(e^x - 1)} .$$

Vypočtěte

$$\int \arccos 4x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{4x^2 \, dx}{1 - x^4} .$$

Vypočtěte

$$\int \ln^2(4 - 2x) \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+10} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{2x^2 - 8x - 8}{x^3 - 4x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{6 \, dx}{e^{2x} + 4e^x + 3} .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{x^2 - 2x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int x^2 \sqrt{9 - x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \operatorname{arccotg} \left(\frac{1}{2-x} \right) \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int \frac{4x^4 \, dx}{1 - x^4} .$$

Vypočtěte

$$\int \arccos \frac{x}{2} \, dx.$$

Vypočtěte

$$\int \left(\frac{4}{1-x^2} + \frac{2-x}{(x^2-4x+8)^2} \right) dx.$$

Příklad 4

Vypočtěte

$$\int_0^3 \frac{x}{x^2 + 16} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x + 8}{x \ln^2 x + 4x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^4 \frac{x}{9+x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 x^2 e^x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{e^{x^2}} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-4 \sinh 2}^0 (x^2 + 16)^{-1/2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_2^{\infty} \frac{2-x}{(1-x)^3} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x + 8}{x \ln^2 x + 4x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{1-x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 x \operatorname{arctg} x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^3 x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-\pi}^0 \sin^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_2^3 \frac{2-x}{(1-x)^3} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^{3x} + 8e^x}{e^{2x} + 4} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_1^2 \frac{1}{x \ln x} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_1^e \ln^2 x \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 \sqrt{(4-x^2)^3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \frac{e^x \, dx}{1+e^{2x}} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^e \ln^3 x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \frac{x \, dx}{(x^2 + 1)^2} .$$

Vypočtěte

$$\int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2} .$$

VypočtĚte

$$\int_0^{2\pi} |\cos x| \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x} \, dx}{1+x} .$$

VypočtĚte

$$\int_3^8 \frac{x \, dx}{\sqrt{1+x}} .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} \, dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}} .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} \, dx .$$

VypočtĚte

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^3 x} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \operatorname{arctg} x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^2 \frac{x \, dx}{\sqrt{x-1}} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 3x + 2} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx .$$

Dokažte, že pro $a > 0$ a $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 x \ln x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}} .$$

Vypočtěte

$$\int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{1/e} \frac{dx}{x \ln^2 x} .$$

Vypočtěte

$$\int_{-1}^1 \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 |1-x| \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-1}^1 \frac{x \, dx}{x^2 - x + 1} .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\pi} x \sin x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{2\pi} x^2 \cos x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{1/e}^e |\ln x| \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 \arccos x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-1}^1 \frac{x \, dx}{x^2 + x + 1} .$$

VypočtĚte

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}, \quad ab \neq 0.$$

VypočtĚte

$$\int_1^e (x \ln x)^2 dx.$$

VypočtĚte

$$\int_1^9 x \sqrt[3]{1-x} dx.$$

VypočtĚte

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}}.$$

VypočtĚte

$$\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx.$$

VypočtĚte

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$$

VypočtĚte

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}.$$

VypočtĚte

$$\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}.$$

Vypočtěte

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx.$$

Vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 - x^2 + 1}.$$

Vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt[3]{x^2 + 1}}.$$

Vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^2 \frac{dx}{\ln x}.$$

V závislosti na parametru $p \in \mathbb{R}$ vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx.$$

V závislosti na parametrech $m, n \in \mathbb{R}$, $n \geq 0$, vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^m dx}{1+x^n}.$$

V závislosti na parametru $n \in \mathbb{R}$ vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^n} dx.$$

V závislosti na $n \in \mathbb{R}$ vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^n} dx .$$

V závislosti na parametru $n \in \mathbb{R}$ vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \frac{x^n dx}{\sqrt{1-x^4}} .$$

Vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+x}} .$$

Vyšetřujte konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 x \operatorname{arctg} x^2 dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^0 e^x \cos 2x dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^4 e^{|2x-4|} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 x \operatorname{arctg} \frac{x}{2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{4x + 4}{x^3 - 2x^2} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^2 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{4 - x^2}} .$$

Vypočtěte

$$\int_{-2}^1 \frac{2x + 4}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_3^{+\infty} \frac{(4x - 2) \, dx}{(x - 2)(x^2 - 1)} .$$

Vypočtěte

$$\int_3^{+\infty} \frac{8 \, dx}{x^2 - 6x + 13} .$$

Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{4x^2}{1 - x^4} \, dx .$$

Vypočtěte

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} .$$

Vypočtěte

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x-1}} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^0 x^3 e^{1-4x^2} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^1 x \operatorname{arccotg} x^2 dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^5 |3-x| dx .$$

Vypočtěte

$$\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{9+x^2}} dx .$$

Vypočtěte

$$\int_3^{+\infty} \left(\frac{4x-2}{(x-2)(x^2-1)} - \frac{8 dx}{x^2-6x+13} \right) dx .$$

Příklad 5

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1}.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}, \quad |a| < 1, \quad |b| < 1.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right].$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \dots \cdot \sqrt[2^n]{2} \right).$$

Dokažte, že existuje limita posloupnosti

$$a_n = \frac{10}{1} \cdot \frac{11}{3} \cdot \dots \cdot \frac{n+9}{2n-1}.$$

Dokažte, že existuje limita posloupnosti

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2^n}\right).$$

Dokažte, že existuje limita posloupnosti

$$a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \dots + \frac{\sin n}{2^n}.$$

Dokažte, že existuje limita posloupnosti

$$a_n = \frac{\cos 1!}{1 \cdot 2} + \frac{\cos 2!}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{\cos n!}{n(n+1)}.$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = (-1)^{n-1} \left(2 + \frac{3}{n} \right).$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1 + (-1)^n}{2}.$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}.$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = \frac{n^2}{1+n^2} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

Najděte $\varliminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ a $\varlimsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ pro posloupnost

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \cdot (-1)^n + \sin \frac{n\pi}{4}.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - n \right).$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n} \right).$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right).$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{1 + a^n}, \quad a > 0.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1} \right)^n.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+3} \right)^n.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+2} \right)^{4n+3}.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-2n} (n+3)^{2n-1}.$$

Najděte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\cdots+n}{n+3} - \frac{n}{2} \right).$$

Dokažte konvergenci řady

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} + \cdots$$

a najděte její součet.

Dokažte konvergenci řady

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}\right) + \cdots$$

a najděte její součet.

Dokažte konvergenci řady

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \cdots$$

a najděte její součet.

Dokažte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \right)$$

a najděte její součet.

V závislosti na $x \in \mathbb{R}$ zkoumejte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin nx.$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2n-1} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{n}{2n-1} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\frac{1}{\sqrt{1 \cdot 3}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{(2n-1)(2n+1)}} + \cdots$$

V závislosti na $x \in \mathbb{R}$ zkoumejte konvergenci řady

$$\frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{2^2} + \cdots + \frac{\sin nx}{2^n} + \cdots$$

V závislosti na $x \in \mathbb{R}$ zkoumejte konvergenci řady

$$\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos x^2}{2^2} + \cdots + \frac{\cos x^n}{n^2} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\frac{(1!)^2}{2!} + \frac{(2!)^2}{4!} + \cdots + \frac{(n!)^2}{(2n)!} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\frac{1!}{1} + \frac{2!}{2^2} + \frac{3!}{3^3} + \cdots + \frac{n!}{n^n} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\frac{2 \cdot 1!}{1} + \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3} + \cdots + \frac{2^n n!}{n^n} + \cdots$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\frac{3 \cdot 1!}{1} + \frac{3^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{3^3 \cdot 3!}{3^3} + \cdots + \frac{3^n n!}{n^n} + \cdots$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\frac{(1!)^1}{2} + \frac{(2!)^2}{2^4} + \frac{(3!)^2}{2^8} + \cdots + \frac{(n!)^2}{2^{n^2}} + \cdots$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2} - \sqrt[3]{2} \right) \left(\sqrt{2} - \sqrt[5]{2} \right) \cdots \left(\sqrt{2} - \sqrt[2n+1]{2} \right).$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2 + 1/n)^n}.$$

Vyšetřuje konvergenci řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}.$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}.$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 [2 + (-1)^n]^n}{3^n}.$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 + \cos n}{2 + \cos n} \right)^{2n}.$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n}.$$

Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-1}}{(2n^2 + n + 1)^{(n+1)/2}}.$$

Zkoumejte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 + (-1)^n}{n}.$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sin \frac{n\pi}{4}.$$

Vyšetřujte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n + 100}.$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}.$$

V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ vyšetřujte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n \sin^{2n} x}{n}.$$

V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x + n}.$$

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n(n-1)/2} \frac{n^{100}}{2^n}.$$

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n^2]{n}}.$$

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/12)}{\ln n}.$$

V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \right] x^n.$$

Návod: Použijte nerovnost $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} < \frac{1}{\sqrt{n}}.$

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin n^2.$$

Vyšetřete absolutní a neabsolutní konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^n n}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3}.$$

Vyšetřete konvergenci číselné řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^n n} \left(\frac{n+5}{n} \right)^{n^2}.$$

Dokažte konvergenci řady a najděte její součet

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \cdots + \frac{2n-1}{2^n} + \cdots.$$

Dokažte konvergenci následující řady a najděte její součet

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} + \cdots.$$

DokaŹte konvergenci následující řady a najděte její součet

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \cdots$$

DokaŹte konvergenci následující řady a najděte její součet

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \right).$$

DokaŹte konvergenci řady

$$\frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{2^2} + \cdots + \frac{\sin nx}{2^n} + \cdots$$

DokaŹte konvergenci řady

$$\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos x^2}{2^2} + \cdots + \frac{\cos x^n}{n^2} + \cdots$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\frac{2 \cdot 1!}{1} + \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3} + \cdots + \frac{2^n n!}{n^n} + \cdots$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\frac{3 \cdot 1!}{1} + \frac{3^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{3^3 \cdot 3!}{3^3} + \cdots + \frac{3^n n!}{n^n} + \cdots$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2} - \sqrt[3]{2} \right) \left(\sqrt{2} - \sqrt[5]{2} \right) \cdots \left(\sqrt{2} - \sqrt[2n+1]{2} \right).$$

DokaŹte konvergenci řady a najděte její součet

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{2^n}.$$

Vyšetřujte konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+100}{3n+1} \right)^n.$$

Vyšetřete absolutní a neabsolutní konvergenci řady v závislosti na $p \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}.$$

Vyšetřete absolutní a neabsolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin n^2.$$

Určete oblast konvergence (absolutní i neabsolutní) řady funkcí

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}.$$

Určete oblast konvergence (absolutní i neabsolutní) řady funkcí

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady v závislosti na $p \in \mathbb{R}$. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)} \right] \left(\frac{x-1}{2} \right)^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)} \right] x^n.$$

Určete poloměr a interval konvergence řady. Vyšetřete konvergenci v hraničních bodech intervalu konvergence.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e} \right)^n x^n.$$

Určete oblast konvergence zobecněné mocninné řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

Najděte rozvoj do mocninné řady v x funkce a určete oblast její konvergence

$$f(x) = \sin^2 x .$$

Najděte rozvoj do mocninné řady v x funkce a určete oblast její konvergence

$$f(x) = a^x , \quad a > 0 .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \exp(-x^2) .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \cos^2 x .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-2x}} .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{12-5x}{6-5x-x^2} .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{x}{(1-x)(1-x^2)} .$$

Najděte rozvoj funkce v mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{1}{1 - x - 2x^2}.$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \operatorname{arctg} x.$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \arcsin x.$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = (1 + x) \ln(1 + x).$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2}.$$

Najděte rozvoj funkce do mocninné řady se středem v bodě $x = 0$

$$f(x) = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}.$$

Najděte rozvoj funkce

$$f(x) = \frac{1}{1 - x}$$

do mocninné řady v proměnné x^{-1} .

Najděte rozvoj funkce $f(x) = \ln x$ do mocninné řady v proměnné

$$\frac{x-1}{x+1}$$

Najděte mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$ funkce

$$f(x) = (1+x)e^{-x}.$$

Najděte mocninnou řadu se středem v bodě $x = 0$ funkce

$$f(x) = (1-x)^2 \cosh \sqrt{x}.$$

Rozložte do mocninné řady v proměnné x funkci

$$\int_0^x \exp(-t^2) dt.$$

Rozložte do mocninné řady v proměnné x funkci

$$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}.$$

Rozložte do mocninné řady v proměnné x funkci

$$\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

Rozložte do mocninné řady v proměnné x funkci

$$\int_0^x \frac{\operatorname{arctg} t}{t} dt.$$

Najděte součet mocninné řady

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Najděte součet mocninné řady

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Najděte součet mocninné řady

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

Najděte součet řady

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} nx^n.$$

Najděte součet řady

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n.$$

Najděte součet řady

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}.$$

Najděte součet řady

$$\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot (n+1)}.$$

Najděte součet řady

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2n \cdot (2n+1)}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n+1)}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{2^n n!} x^n.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n+1)}{(2n)!} x^{2n}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n}}{n(2n-1)}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1}.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+2)x^n.$$

Najděte součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)x^{2n}}{n!}.$$

Pomocí rozkladu integrované funkce do řady najděte integrál

$$\int_0^1 \ln \frac{1}{1-x} dx.$$

Pomocí rozkladu integrované funkce do řady najděte integrál

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

Pomocí rozkladu integrované funkce do řady najděte integrál

$$\int_0^1 \ln x \cdot \ln(1-x) dx.$$

Pomocí rozkladu integrované funkce do řady najděte integrál

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x + 1}.$$

Teoretické otázky

Formulujte axiom matematické indukce.

Co znamená, že množina $M \subset \mathbb{R}$ je omezená?

Definujte supremum množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Definujte infimum množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Co znamená, že bod x je vnitřním bodem množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Co znamená, že bod x je vnějším bodem množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Co znamená, že bod x je hraničním bodem množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Co znamená, že množina $M \subset \mathbb{R}$ je otevřená?

Co znamená, že množina $M \subset \mathbb{R}$ je uzavřená?

Co je vnitřek množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Co je uzávěr množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Co je hranice množiny $M \subset \mathbb{R}$?

Napište definici hromadného bodu množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Napište definici izolovaného bodu množiny $M \subset \mathbb{R}$.

Co znamená, že množina $M \subset \mathbb{R}$ je kompaktní?

Co je aritmetická posloupnost?

Co je geometrická posloupnost?

Napište definici omezené posloupnosti (a_n) .

Co je monotonní posloupnost?

Napište definici tvrzení: Posloupnost (a_n) má vlastní limitu A .

Co znamená, že posloupnost (a_n) má nevlastní limitu?

Co víte o limitě monotonní posloupnosti?

Napište Cauchy–Bolzanovu podmínku konvergence posloupnosti (a_n) .

Co znamená, že bod x je hromadným bodem posloupnosti (a_n) ?

Co je limes superior posloupnosti (a_n) ?

Co je limes inferior posloupnosti (a_n) ?

Co znamená, že řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$?

Co znamená, že je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní?

Co znamená, že je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní?

Co je geometrická řada a jaký je její součet?

Napište Cauchy–Bolzanovu podmínku konvergence pro řady.

Co platí pro limitu posloupnosti členů konvergentní řady?

Co je absolutně konvergentní řada?

Co je neabsolutně konvergentní řada?

Napište srovnávací kritérium pro řady s nezápornými členy.

Pro jaká $p \in \mathbb{R}$ konverguje řada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$?

Napište limitní odmocninové kritérium řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Napište limitní podílové kritérium řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Napište Leibnizovo kritérium neabsolutní konvergence řady.

Po jaká $p \in \mathbb{R}$ konverguje řada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^p}$?

Co je obraz množiny $A \subset D_f$ a obor hodnot funkce?

Nechť je $f : X \rightarrow Y$. Co je vzor množiny $B \subset Y$?

Co znamená, když řekneme, že je funkce $f(x)$ prostá?

Kdy řekneme, že $f : X \rightarrow Y$ je funkce na množinu Y ?

Co znamená, když o funkci $f : X \rightarrow Y$ řekneme, že je vzájemně jednoznačná?

Nechť je $f : X \rightarrow Y$. Co je inverzní funkce k funkci $y = f(x)$?

Kdy řekneme, že je funkce $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ omezená?

Kdy je funkce $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ monotonní?

Nechť je $f : X \rightarrow Y$, kde $Y \subset \mathbb{R}$. Co je maximum funkce $f(x)$ na množině X .

Nechť je $f : X \rightarrow Y$, kde $Y \subset \mathbb{R}$. Co je minimum funkce $f(x)$ na množině X .

Kdy je funkce $f(x)$ konvexní na intervalu (a, b) ?

Kdy je funkce $f(x)$ konkávní na intervalu (a, b) ?

Co je inflexní bod funkce $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, kde $X \subset \mathbb{R}$?

Co znamená, když řekneme, že funkce $f(x)$ je sudá?

Co znamená, když řekneme, že funkce $f(x)$ je lichá?

Co znamená, když řekneme, že funkce $f(x)$ má periodu L ?

Co znamená tvrzení: Funkce $f(x)$ má v bodě $a \in \mathbb{R}$ vlastní limitu A ?

Definujte nevlastní limitu funkce $f(x)$ ve vlastním bodě a .

Definujte vlastní limitu funkce $f(x)$ v nevlastním bodě.

Definujte nevlastní limitu funkce $f(x)$ v nevlastním bodě.

Co znamená, když řekneme, že funkce $f(x)$ má v bodě a limitu zprava rovnou A ?

Co znamená, když řekneme, že funkce $f(x)$ má v bodě a limitu zleva rovnou A ?

Co znamená, když řekneme, že je funkce $f(x)$ spojitá v bodě a ?

Co znamená, když řekneme, že je funkce $f(x)$ spojitá na množině $M \subset \mathbb{R}$?

Co víte o extrémech spojité funkce na kompaktní množině?

Napište definici diferenciálu funkce $f(x)$ v bodě a .

Napište definici derivace funkce $f(x)$ v bodě a .

Napište definici derivace zprava funkce $f(x)$ v bodě a .

Napište definici derivace zleva funkce $f(x)$ v bodě a .

Co znamená, že funkce $f(x)$ má na množině $M \subset \mathbb{R}$ derivaci?

Napište Rolleovu větu o střední hodnotě.

Napište Lagrangeovu větu o střední hodnotě.

Napište Cauchyovu větu o střední hodnotě.

Co je l'Hospitalovo pravidlo?

Co můžete říci o derivaci monotonní diferencovatelné funkce?

Kolik je derivace funkce $f(x)$ v bodě a , kde má funkce $f(x)$ lokální extrém?

Ve kterých bodech kompaktního intervalu může spojitá funkce $f(x)$ nabývat své největší a nejmenší hodnoty?

Jak je definována n -tá derivace funkce $f(x)$ v bodě a ?

Co je n -tý diferenciál funkce $f(x)$ v bodě a ?

Napište Leibnizovo pravidlo pro n -tou derivaci součinu dvou funkcí.

Co znamená, že funkce $f(x)$ je třídy $C_n(M)$?

Co je Taylorův polynom $T_n(x; a)$ funkce $f(x)$ se středem v bodě a ?

Napište tvar zbytku Taylorova polynomu $T_n(x, a)$ funkce $f(x)$.

Jak se používají derivace vyšších řádů funkce při hledání jejich lokálních extrémů?

Jak se pomocí derivací zjistí konvexita funkce $f(x)$ na intervalu?

Jak se pomocí derivací zjistí konkávnost funkce $f(x)$ na intervalu?

Co je svislá asymptota grafu funkce $y = f(x)$?

Co je vodorovná asymptota grafu funkce $y = f(x)$?

Co je šikmá asymptota grafu funkce $y = f(x)$?

Co znamená, že křivky $y = f(x)$ a $y = g(x)$ mají v bodě a dotyk n -tého řádu?

Co je tečna ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $M_0 = [a; f(a)]$.

Co je normála ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $M_0 = [a; f(a)]$.

Co je osculační kružnice ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $M_0 = [a; f(a)]$.

Co je poloměr křivosti a křivost křivky $\mathcal{K}$ v jejím bodě M_0 .

Co je evoluta rovinné křivky $\mathcal{K}$?

Co je evolventa rovinné křivky $\mathcal{K}$?

Co je primitivní funkce k funkci $f(x)$ na množině M ?

Jak vypadá množina všech primitivních funkcí k funkci $f(x)$ na intervalu?

Co je neurčitý integrál funkce $f(x)$?

Napište větu o integraci per partes v neurčitém integrálu.

Napište větu o substituci pro neurčitý integrál.

Nechť $R(x)$ je racionální funkce. Jakou substitucí převedete integrál $\int R(e^x) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť $R(x)$ je racionální funkce. Jakou substitucí převedete integrál $\int \frac{R(\ln x)}{x} dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y , pro kterou platí $R(x, -y) = -R(x, y)$. Jakou substitucí převedete integrál $\int R(\cos x, \sin x) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y , pro kterou platí $R(-x, y) = -R(x, y)$. Jakou substitucí převedete integrál $\int R(\cos x, \sin x) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y , pro kterou platí $R(-x, -y) = R(x, y)$. Jakou substitucí převedete integrál $\int R(\cos x, \sin x) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y . Jakou substitucí převedete integrál $\int R(x, \sqrt{1-x^2}) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y . Jakou substitucí převedete integrál $\int R(x, \sqrt{1+x^2}) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $R(x, y)$ racionální funkce proměnných x a y . Jakou substitucí převedete integrál $\int R(x, \sqrt{x^2-1}) dx$ na integrál z racionální funkce?

Nechť je $\mathcal{D}$ dělení omezeného intervalu $\langle a, b \rangle$. Co je horní Riemannův integrální součet funkce $f(x)$ na intervalu $\langle a, b \rangle$ odpovídající dělení $\mathcal{D}$?

Nechť je $\mathcal{D}$ dělení omezeného intervalu $\langle a, b \rangle$. Co je dolní Riemannův integrální součet funkce $f(x)$ na intervalu $\langle a, b \rangle$ odpovídající dělení $\mathcal{D}$?

Co je horní Riemannův integrál funkce $f(x)$ na omezeném intervalu $\langle a, b \rangle$?

Co je dolní Riemannův integrál funkce $f(x)$ na omezeném intervalu $\langle a, b \rangle$?

Jak je definován Riemannův integrál funkce $f(x)$ na intervalu $\langle a, b \rangle$?

Jak je definován Riemannův integrál $\int_M f(x) dx$, kde M je omezená podmnožina $\mathbb{R}$?

Co víte o derivaci funkce $F(x) = \int_a^x f(t) dt$?

Jak zní věta o integraci per partes pro Riemannův integrál?

Jak zní věta o substituci pro Riemannův integrál?

Napište první větu o střední hodnotě integrálního počtu.

Napište druhou větu o střední hodnotě integrálního počtu.

Co je Newtonův určitý integrál?

Jaký je vztah mezi Newtonovým a Riemannovým určitým integrálem?

Jak je definován nevlastní Riemannův integrál $\int_a^b f(x) dx$ funkce $f(x)$, která není omezená v okolí bodu $a \in \mathbb{R}$?

Jak je definován nevlastní Riemannův integrál $\int_a^{+\infty} f(x) dx$?

Co je absolutně konvergentní Riemannův integrál?

Napište srovnávací kritérium pro absolutně konvergentní integrály.

Jak zní integrální kritérium konvergence číselných řad?

Pro jaká $p \in \mathbb{R}$ konverguje integrál $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$.

Pro jaká $p \in \mathbb{R}$ konverguje integrál $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$.

Napište Dirichletovo kritérium konvergence pro neabsolutně konvergentní integrály.

Co znamená, že posloupnost funkcí $(f_n(x))$ konverguje bodově k funkci $f(x)$?

Co znamená, že posloupnost funkcí $(f_n(x))$ konverguje stejnoměrně k funkci $f(x)$?

Co je střed a poloměr konvergence mocninné řady?

Nechť je $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$. Jak najdete $f'(x)$?

Nechť je $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$. Jak najdete $\int f(x) dx$?

Je dána funkce $f(x)$. Jak najdete koeficienty c_n takové, že $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$, jestliže řada konverguje?

Definujte pomocí mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ funkci $f(x) = e^x$.

Definujte pomocí mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ funkci $f(x) = \sin x$.

Definujte pomocí mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ funkci $f(x) = \cos x$.

Definujte pomocí mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ funkci $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

Definujte pomocí mocninné řady se středem v bodě $a = 0$ funkci $f(x) = \ln(1+x)$.
