Limita funkce.

Podle definice ukažte, že

a) $\lim\limits_{x\to -1}(2x+5)=3$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{x+4}=2$;

c) $\lim\limits_{x\to 1_+}\dfrac{3x^2+5}{x^2-1}=+\infty$; d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x^2-4x+3}{x-4}=-\infty$.

Vypočtěte limity

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}(4x^3-2x^2+5x-1)$; b) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{\cos 2x}{1-\sin x}$;

c) $\lim\limits_{x\to +\infty}(\ln x - x)$; d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\mathrm{e}^{-2x}\sin 3x$;

e) $\lim\limits_{x\to 0_+}x^3\cdot\ln\dfrac{1}{x}$; f) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x^3-2x+5}{4x^2+2x-3}$.

[a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) $-\infty$; d) 0 ; e) 0 ; f) $-\infty$]

Vypočtěte limity

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$; b) $\lim\limits_{x\to 0}x\mathrm{e}^{1/x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1_+}\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$; d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt[3]{2x^2+3x-5}$.

[a) 0 ; b) neexistuje ; c) $+\infty$; d) $+\infty$]

Vypočtěte limity

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\arccos\dfrac{1}{x+1}\right)^3$; b) $\lim\limits_{x\to 1}\operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{x-1}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1_-}\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$; d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1+x\operatorname{arctg}x}{\sqrt{1+x^2}}$.

$\left[\text{a) } \dfrac{\pi^3}{8}\text{ ; b) neexistuje ; c) } +\infty\text{ ; d) } \dfrac{\pi}{2}\right]$

Vypočtěte limity

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sin(x^2+1)$; b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+\sin x}{x-\cos x}$;

c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x+2}$; d) $\lim\limits_{x\to +\infty}x\cdot\mathrm{e}^{-x^2}$.

[a) neexistuje ; b) 1 ; c) e^{-1} ; d) 0]

Podle definice ukažte, že

a) $\lim\limits_{x\to 3}(4x-2)=10$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1}=0$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-1}{(x-1)^2}=-\infty$; d) $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^2+3)=+\infty$.

Vypočtěte limity:

a) $\lim\left[2(x+1)-\dfrac{x}{x+2}\right]$ v bodech $-1,\ +\infty,\ 4,\ -2$ $\left[1;\ +\infty;\ \dfrac{28}{3};\ \text{neexistuje}\right]$

b) $\lim\dfrac{16-x^2}{x+4}$ v bodech $-\infty,\ 4,\ -4,\ 0$ $[+\infty;\ 0;\ 8;\ 4]$

c) $\lim\dfrac{2x^2+3x-1}{4x^3+5x}$ v bodech $1,\ -\infty,\ 0$ $\left[\dfrac{4}{9},\ 0,\ \text{neexistuje}\right]$

d) $\lim\dfrac{5x^3+3x^2-2}{6x^3+2}$ v bodech $0,\ +\infty,\ -\infty$ $\left[-1,;\dfrac{5}{6}\ \ \dfrac{5}{6}\right]$

Vypočtěte limity:

a) $\lim\dfrac{\sin x}{x^3}$ v bodech $0,\ \pi,\ +\infty$ $[+\infty;\ 0;\ 0]$

b) $\lim\dfrac{\ln x}{x^2+1}$ v bodech $0_+,\ \mathrm{e},\ +\infty$ $\left[-\infty;\ \dfrac{1}{\mathrm{e}^2+1};\ 0\right]$

c) $\lim\dfrac{\operatorname{tg} x}{2x}$ v bodech $0,\ \dfrac{\pi}{2},\ -\infty$ $\left[\dfrac{1}{2},\ \text{neexistuje},\ \text{neexistuje}\right]$

d) $\lim\dfrac{\sin^2 x}{x}$ v bodech $0,\ \dfrac{\pi}{2},\ -\infty$ $\left[0;\ \dfrac{2}{\pi};\ 0\right]$

Vypočtěte limity:

a) $\lim\dfrac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-1}$ v bodech $1,\ 0,\ +\infty,\ -\infty$ $\left[\dfrac{1}{2};\ \dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{2}-1};\ \text{neexistuje},\ 1\right]$

b) $\lim\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$ v bodech $1,\ +\infty,\ -\infty,\ 0$ $[-1;\ 0;\ +\infty,\ \text{neexistuje}]$

c) $\lim\left[x\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\right]$ v bodech $0,\ \pi,\ -\infty$ $[0;\ -\pi;\ \text{neexistuje}]$

d) $\lim(\sin x\cdot\ln x)$ v bodech $0_+,\ 1,\ +\infty$ $[0;\ 0;\ \text{neexistuje}]$

Vypočtěte limity:

a) $\lim\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ v bodech $1_+,\ 1_-$ $[\text{neexistuje};\ +\infty]$

b) $\lim\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}$ v bodech $0_+,\ 1,\ +\infty,\ -1$ $\left[0;\ \sqrt[3]{2};\ +\infty;\ \text{neexistuje}\right]$

c) $\lim\mathrm{e}^{-4x}\cdot\cos(2x+1)$ v bodech $+\infty,\ -\infty$ $[0;\ \text{neexistuje}]$

d) $\lim\ln\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ v bodech $0,\ 1_+,\ +\infty$ $[\text{neexistuje};\ 0;\ -\infty]$

Vypočtěte limity:

a) $\lim\ln^2(1+\cos x)$ v bodech $0,\ \dfrac{\pi}{2},\ \pi,\ +\infty$ $[\ln^2 2;\ 0,\ +\infty,\ \text{neexistuje}]$

b) $\lim\sin\left(\cos\dfrac{1}{x}\right)$ v bodech $0,\ \dfrac{2}{\pi},\ +\infty,\ -\infty$ $[\text{neexistuje};\ 0;\ \sin 1;\ \sin 1]$

c) $\lim\ln\sqrt{\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{2x}-1}}$ v bodech $0_+,\ +\infty.\ -\infty$ $[+\infty;\ 0;\ \text{neexistuje}]$

d) $\lim\arccos\dfrac{2x}{1+x^2}$ v bodech $0,\ -1,\ +\infty,\ -\infty$ $\left[\dfrac{\pi}{2};\ \pi;\ \dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right]$

Vypočtěte limity

a) $\lim\mathrm{e}^{-|x|}$ v bodech $0,\ +\infty,\ -\infty$ $[1;\ 0;\ 0]$

b) $\lim \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ v bodech $0,\ +\infty;\ -\infty$ [neexistuje; 1; −1]

c) $\lim f(x)$ v bodech $-2,\ 0,\ 1,\ 3_-$, kde

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| & x \le 0 \\ 1 & x \in (0,1\rangle \\ 3-x & x \in (1,3\rangle \end{cases}$$ [1; 1; neexistuje; 0]

d) $\lim f(x)$ v bodech $-\infty,\ 0,\ +\infty$, kde

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ e^{-|x|}|\sin x| & x > 0 \end{cases}$$ [0; 0; 0]

Vypočtěte limity

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2+1}\right)$;

b) $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$;

c) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{\pi^2 - x^2}$;

d) $\lim\limits_{x\to\pi/2} \operatorname{sgn}(\cos x)$;

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \arcsin \dfrac{1+x}{1-x}$;

f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \arcsin \left(\sqrt{x^2+x} - x\right)$;

g) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x^2-1}$;

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x-1}$;

i) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2+1}$;

j) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^- x}{x^2+3}$.

[a) 0; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2\pi}$; d) neexistuje; e) neexistuje; f) $\arcsin\frac{1}{2}$; g) $\frac{1}{2}$; h) $-\infty$; i) 0; j) 0]
