

Nevlastní integrál

Vyšetřujte existenci a hodnotu $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}$. [$\frac{1}{3}$]

Vypočtěte $\int_0^{\infty} e^{-ax} dx$, $a > 0$. [$\frac{1}{a}$]

Vypočtěte $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$. [diverguje k $+\infty$]

Vyšetřete existenci a hodnotu integrálu $\int_0^{\infty} \cos x dx$. [neexistuje]

Vypočtěte $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ [π]

Vypočtěte $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ [neexistuje]

Vypočtěte $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos^2 x}$ [$\frac{\sqrt{2}}{4} \pi$]

Určete objem rotačního tělesa vzniklého rotací rovinného obrazce ohraničeného čarami $y = 0$, $x = 0$ a $y = \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$ kolem osy x . [$\frac{3}{16} \pi^2$]

Vypočtěte $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$. [$\frac{8}{3}$]

Vyšetřete existenci a hodnotu integrálu $\int_0^{\pi/2} \cotg x dx$. [diverguje k $+\infty$]

Vypočtěte $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$. [neexistuje]

Vypočtěte $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$. [π]

Vyšetřete konvergenci integrálů:

a) $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 1} dx$ [konverguje]

b) $\int_1^{\infty} \frac{2 + \cos x}{x} dx$ [diverguje]

c) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 - x^2 + 1}$ [konverguje]

d) $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ [diverguje]

Vyšetřete konvergenci integrálů:

a) $\int_0^4 \frac{\cos^2 x}{\sqrt{4-x}} dx$ [konverguje]

b) $\int_0^1 \frac{e^x}{1-x} dx$ [diverguje]

Vyšetřete konvergenci a hodnotu integrálu:

- a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3}$ $\left[\frac{1}{8}\right]$
- b) $\int_0^{\infty} e^{ax} dx$; $a < 0$ $\left[-\frac{1}{a}\right]$
- c) $\int_0^{\infty} \sin x dx$ [neexistuje]
- d) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^3 + x^2 + 4x + 4}$ $\left[\frac{1}{5}(\pi - \ln 2)\right]$
- e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2}$; $a > 0$ $\left[\frac{\pi}{2a}\right]$
- f) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$ $[\ln(3 + 2\sqrt{2})]$
- g) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x dx}{x^2 + 1}$ [neexistuje]
- h) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}$ $[\ln 2]$
- i) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$ $[1 - \ln 2]$
- j) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- k) $\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx$; $a > 0$; $n \in \mathbb{N}$ $\left[\frac{n!}{a^{n+1}}\right]$

Vypočtěte obsah plochy ohraničené smyčkou Descartesova listu $x = \frac{3at}{t^3 + 1}$, $y = \frac{3at^2}{t^3 + 1}$. $\left[\frac{3}{2}a^2\right]$

Vypočtěte objem rotačního tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafem funkce $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ a osou x kolem osy x (nekonečné vřeteno). $\left[\frac{\pi^2}{2}\right]$

Vypočtěte

- a) $\int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ [diverguje k $+\infty$]
- b) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$ $[1 - \ln 2]$
- c) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+x)^3}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- d) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ $\left[\frac{\pi}{2}\right]$
- e) $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- f) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- g) $\int_1^{\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$ $[e - 1]$
- h) $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$ $[2]$

- i) $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x \, dx$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- j) $\int_0^{\infty} x \sin x \, dx$ [neexistuje]
- k) $\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx \, dx$ $\left[\frac{a}{a^2 + b^2} \text{ pro } a > 0; \text{ neexistuje pro } a \leq 0\right]$
-

Vypočtěte

- a) $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} \, dx$ $\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2\right]$
- b) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$ $\left[\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right]$
- c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ $\left[\frac{\pi}{2}\right]$
- d) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x} \, dx}{(1+x)^2}$ $\left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right]$
- e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$ $\left[\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\right]$
- f) $\int_{-\infty}^{\infty} \sinh x \, dx$ [neexistuje]
-

Vyšetřete konvergenci a hodnotu integrálu:

- a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ $\left[\frac{\pi}{2}\right]$
- b) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{tg} x \, dx$ [diverguje k $+\infty$]
- c) $\int_0^1 x e^{-x^2} \, dx$ $\left[\frac{1}{2} (1 - e^{-1})\right]$
- d) $\int_0^1 \arcsin x \, dx$ $\left[\frac{\pi}{2} - 1\right]$
- e) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$ [neexistuje]
- f) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 2x}$ [diverguje k $+\infty$]
- g) $\int_0^1 x \ln x \, dx$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$
- h) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ [2]
- i) $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^3}} \, dx$ $\left[\frac{10}{7}\right]$
-

Vypočtěte

- a) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos x}$ [diverguje k $+\infty$]
- b) $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$ [diverguje k $+\infty$]

- c) $\int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x-3)(5-x)}}$ [$\frac{33}{2} \pi$]
- d) $\int_{-1}^1 \frac{\ln(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$ [$6 - \frac{9}{2} \ln 3$]
- e) $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$ [$-2e^{-1}$]
- f) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ [2]
- g) $\int_0^{1/e} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ [1]
- h) $\int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ [$\frac{102}{7}$]
- i) $\int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx$ [neexistuje]
-

Vyšetřete konvergenci integrálů podle kritérií konvergence

- a) $\int_0^\infty \frac{x dx}{x^3 + 1}$ [konverguje]
- b) $\int_1^\infty \frac{x^3 + 1}{x^4} dx$ [diverguje]
- c) $\int_0^\infty \frac{x^{13} dx}{(x^5 + x^3 + 1)^3}$ [konverguje]
- d) $\int_1^\infty \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} dx$ [diverguje]
- e) $\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx$ [konverguje]
- f) $\int_0^\infty \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt[3]{1+x^4}} dx$ [diverguje]
- g) $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$ [konverguje]
- h) $\int_0^\infty \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot e^{-x} dx$ [konverguje]
- i) $\int_1^\infty \frac{1 - e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$ [diverguje]
- j) $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^{3/2}}$ [konverguje]
- k) $\int_{e^2}^\infty \frac{dx}{x \ln \ln x}$ [diverguje]
-

Vyšetřete konvergenci integrálů podle kritérií konvergence

- a) $\int_1^6 \frac{a^2 \cos x}{\sqrt[3]{6-x}}$ [konverguje]
- b) $\int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x}{x^2} dx$ [diverguje]
- c) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^4}} dx$ [konverguje]

- d) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}}$ [diverguje]
- e) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}$ [diverguje]
- f) $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$ [konverguje]
- g) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{e^{\sin x} - 1}$ [konverguje]
- h) $\int_0^{\pi/2} \frac{\ln \sin x}{\sqrt{x}} dx$ [konverguje]
-