Přednáška 9 – Písemka

Z těchto příkladů se bude vybírat písemka v semestru.

Příklad 1

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-n}$. $\left[\mathrm{e}^{-2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-3}{n+1}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{-8}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-n}{3-n}\right)^{2n-4}$. $\left[\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-1}{3n+2}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{10}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-2n}{5-2n}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-2}\right)^{2n-1}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+4}{n-4}\right)^{1-2n}$. $\left[\mathrm{e}^{-16}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1-3n}{4-3n}\right)^{2n-3}$. $\left[\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{1-3n}$. $\left[\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{2x+1}{2x-3}\right)^{1-3x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-6}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{1-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{2}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{3-4x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{-4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x+1}{3x-4}\right)^{3x+2}$. $\left[y=\mathrm{e}^{5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y=\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{3-2x}$. $\left[y=\mathrm{e}^{4}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{1-2x}{3-2x}\right)^{4x+3}$. $\left[y = \mathrm{e}^4\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{1-3x}$. $\left[y = \mathrm{e}^6\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{2x-1}{2x-5}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^6\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{3x+4}{3x-1}\right)^{2-3x}$. $\left[y = \mathrm{e}^{-5}\right]$

Najděte vodorovné asymptoty ke grafu funkce $y = \left(\dfrac{4x+1}{4x-3}\right)^{3x+2}$. $\left[y = \mathrm{e}^3\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+x+2}}{3x+4}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{8x^3+2x^2+x+6}}{3x+1}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{2}{3}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{4x^3+x^2+x+2}}{(x+3)\sqrt{x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{x\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x^3-x+1}}$ v bodě $+\infty$. $\left[y = \sqrt{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+3x+2}}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -\frac{1}{2}\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{1+3x+9x^2}}{\sqrt[3]{x^3+x^2+x+1}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -3\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{2x^2+x+2}\,\sqrt{2x^2-x+2}}{(x+2)\,\sqrt{x^2+x+1}}$ v bodě $+\infty$.

$\left[y = 2\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{(x-1)\,\sqrt{x^2+3x+4}}{\sqrt{x^4+2x^2+3}}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = -1\right]$

Najděte asymptotu ke grafu funkce $y = \dfrac{\sqrt{x^4-3x^3+2x+4}}{(2x+3)^2}$ v bodě $-\infty$. $\left[y = \frac{1}{4}\right]$

Příklad 2

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n^2+1}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+3n+2}}{\sqrt{n^2+1}\,\sqrt[3]{n^2+n+2}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[a_n \approx n^{-1/6}\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+4n-1}}{\sqrt{n^3+3n^2+2}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[a_n \approx n^{-5/6}\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+n+1}}{\sqrt{n^4+n^3+2n-1}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[a_n \approx n^{-4/3}\,;\quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \mathrm{e}\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \mathrm{e}^{-1}\,;\quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n n!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 2\mathrm{e}^{-1}\,;\quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \tfrac{1}{3}\mathrm{e}\,;\quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 3\mathrm{e}^{-1}\,;\quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^{n(n-1)}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \mathrm{e}^{-1}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n-n^2}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \mathrm{e}^{-1}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2n^2+2n+1}}{\sqrt[3]{8n^3+3n^2+1}}\right)^{n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{1}{\sqrt{2}}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{4n^2+2n+3}}{\sqrt[3]{3n^3+4n+7}}\right)^{n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n (n!)^2}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 2\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n!)^2}{(2n)!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{1}{2}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{3^n (n!)^2}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{4}{3}\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n!)^2}{(2n)!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{3}{4}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+n^{-1})^n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje).

$\left[\lim_{n\to\infty} a_n = \mathrm{e}^{-1}\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^4-2n^2+n+5}}{n\sqrt{n^3+3n+2}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[a_n \approx n^{-7/6}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n^3+3n^2+5}}{n\sqrt[3]{n^4+3n^2+2}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[a_n \approx n^{-5/6}\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{2^{n^2}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 0\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 4\mathrm{e}^{-2}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{1}{4}\,\mathrm{e}^{2}\,; \quad \text{diverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n n^{2n}}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = 2\mathrm{e}^{-2}\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Zjistěte, zda konverguje řada $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^n n}{2^n}$.

Musíte uvést důvody, nestačí pouze napsat konverguje (diverguje). $\left[q = \frac{1}{4}\pi\,; \quad \text{konverguje}\right]$

Příklad 3

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-2x)^{\cos x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -2x\,; \quad 2x+y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[2x]{x}$ v bodě $\bigl[1; f(1)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = \frac{1}{2}(x-1)\,; \quad x-2y+1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^{x(x+1)}$ v bodě $\bigl[1; f(1)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2(x-1)\,; \quad 2x-y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3x)^{\mathrm{e}^x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -3x\,; \quad 3x+y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2x\,; \quad 2x-y+1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x+2\sin x)^{x+1}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2x\,; \quad 2x-y+1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1-3\sin x)^{\cos x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -3x\,; \quad 3x+y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\cos x)^{2\sin x}$ v bodě $\bigl[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -2(x-\frac{1}{2}\pi)\,; \quad 2x+y-1-\pi=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\operatorname{tg} x)^{x-2}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -2x\,; \quad 2x+y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+2\ln x)^{x}$ v bodě $\bigl[1; f(1)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2(x-1)\,; \quad 2x-y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1+\sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2x\,; \quad 2x-y+1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\operatorname{tg} x)^{x}$ v bodě $\bigl[\frac{1}{4}\pi; f(\frac{1}{4}\pi)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = \frac{\pi}{2}(x-\frac{\pi}{4})\,; \quad \pi x-2y+2-\frac{1}{4}\pi^2=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\cos x+\sin 2x)^{\cos x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = 2x\,; \quad 2x-y+1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x+2\cos x)^{x}$ v bodě $\bigl[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -\pi(x-\frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x+2y-2-\pi^2=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\sin x+\sin 2x)^{x}$ v bodě $\bigl[\frac{1}{2}\pi; f(\frac{1}{2}\pi)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -\pi(x-\frac{\pi}{2})\,; \quad 2\pi x+2y-2-\pi^2=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x-3\sin x)^{\cos 2x}$ v bodě $\bigl[0; f(0)\bigr]$.
$\bigl[y-1 = -2x\,; \quad 2x+y-1=0\bigr]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (x + \ln x)^{2x}$ v bodě $\big[1; f(1)\big]$.

$\big[y - 1 = 4(x - 1)\,; \quad 4x - y - 3 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x)^{2x-1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + 2\arcsin x)^{x-2}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = -4x\,; \quad 4x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (1 + x)^{\arccos x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = \frac{\pi}{2}\,x\,; \quad \pi x - 2y + 2 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (2\mathrm{e}^x - \cos x)^{2x+1}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = 2x\,; \quad 2x - y + 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x - 2\sin x)^{1-2x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = -x\,; \quad x + y - 1 = 0\big]$

Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = (\mathrm{e}^x + \operatorname{tg} x)^{2-x}$ v bodě $\big[0; f(0)\big]$.

$\big[y - 1 = 4x\,; \quad 4x - y + 1 = 0\big]$

Příklad 4

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{x}\right)$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x\right)^{1/x^2}$. $\left[e^{-1/2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^x-1\right)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$. $\left[-\frac{2}{\pi}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to +\infty} x(\pi-2\operatorname{arctg} x)$. $[2]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-x}{1-x+\ln x}$. $[-2]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 1}\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}\cdot\ln x$. $\left[-\frac{2}{\pi}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\pi-2\arccos\dfrac{1}{x}\right)$. $[2]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{\operatorname{arctg} x-x}$. $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{x^3}$. $\left[-\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 3x)^{1/\ln x}$. $[e]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$. $\left[\frac{9}{4}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{x^3}$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{\cos x-\sin x}$. $\left[e^{-1}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1+\operatorname{tg} 2x}$. $\left[e^{2}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to \pi/2}\sin(\cos x)\cdot\operatorname{tg} x$. $[1]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to \pi/4}(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$. $\left[e^{-1}\right]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^x-1}{x^2}$. $[1]$

Najděte limitu $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{1/x}$. $\left[e^{-2/\pi}\right]$

Příklad 5

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$.

$\big[$na $(-\infty,-1)$ a $(\frac{7}{5},+\infty)$ rostoucí; na $(-1,\frac{7}{5})$ klesající; lokální minimum v $\frac{7}{5}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)^2}$.

$\big[$na $(-\infty,-\frac{7}{4})$ a $(2,+\infty)$ klesající; na $(-\frac{7}{4},2)$ rostoucí; lokální minimum v $-\frac{7}{4}\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x-x^2}$.

$\big[$na $\langle 0,\frac{1}{2})$ rostoucí; na $(\frac{1}{2},1\rangle$ klesající; v bodě $\frac{1}{2}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\sqrt[3]{1-x}$.

$\big[$na $(-\infty,\frac{3}{4})$ rostoucí; na $(\frac{3}{4},+\infty)$ klesající; v bodě $\frac{3}{4}$ lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt{x}\,\ln x$.

$\big[$na $(0,\mathrm{e}^{-2})$ klesající; na $(\mathrm{e}^{-2},+\infty)$ rostoucí; v bodě e^{-2} lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \dfrac{\ln^2 x}{x}$.

$\big[$na $(0,1)$ a $(\mathrm{e}^2,+\infty)$ klesající; na $(1,\mathrm{e}^2)$ rostoucí; v bodě 1 lokální minimum a v bodě e^2 lokální maximum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = x\ln^2 x$.

$\big[$na $(0,\mathrm{e}^{-2})$ a $(1,+\infty)$ rostoucí; na $(\mathrm{e}^{-2},1)$ klesající; v bodě e^{-2} lokální maximum a v bodě 1 lokální minimum$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$.

$\big[$klesající na $(-\infty,+\infty)\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \ln\dfrac{3-x}{|x+5|}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty,-5)$; klesající v $(-5,3)$; nemá lokální extrém$\big]$

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{1+x^2}$.

$\big[$rostoucí v $(-\infty,1)$; klesající v $(1,\infty)$; v bodě 1 lokální maximum$\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$ na intervalu $\langle 0,4\rangle$.

$\big[$maximum je $f(0)=2$ a minimum $f(\frac{7}{5})=-\frac{1}{24}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)^2}$ na intervalu $\langle -4,1\rangle$.

$\big[$maximum je $f(1)=8$ a minimum $f(-\frac{7}{4})=-\frac{1}{15}\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x-1)^2\mathrm{e}^{-|x|}$ na intervalu $\langle -3,2\rangle$.

$\big[$maximum je $f(-1)=4\mathrm{e}^{-1}$ a minimum $f(1)=0\big]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = (x+1)^2\mathrm{e}^{|x-1|}$ na intervalu $\langle -2,3\rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(3) = 16\mathrm{e}^2 \text{ a minimum } f(-1) = 0\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \ln x + \dfrac{2}{x}$ na intervalu $\langle 1, \mathrm{e}^2 \rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(\mathrm{e}^2) = 2 + 2\mathrm{e}^{-2} \text{ a minimum } f(2) = \ln 2 + 1\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \operatorname{arccotg} |x^2 - 2x - 8|$ na intervalu $\langle -3, 2 \rangle$.

$\left[\text{maximum je } f(-2) = \operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2} \text{ a minimum } f(2) = \operatorname{arccotg} 8\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ na intervalu $\langle -1, 2 \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(-1) = \sqrt[3]{2}\text{; minimum } f(2) = -\sqrt[3]{4}\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x - |\sin 2x|$ na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(\pi) = \pi\text{; minimum } f(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x) = x + |\sin 2x|$ na intervalu $\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle$.

$\left[\text{maximum } f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{; minimum } f(-\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}\right]$
