

Určitý integrál – příklad 4 s výsledky

Vypočtěte integrál $\int_0^\pi x |\sin 2x| dx$. [π .]

Najděte integrál $\int_0^\pi x |\cos x| dx$. [π .]

Vypočtěte integrál $\int_{e^{-1}}^e x |\ln x| dx$. [$\frac{1}{4}(e^2 + 2 - 3e^{-2})$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^4 xe^{|2x-4|} dx$. [$2(e^4 - 1)$.]

Najděte integrál $\int_0^2 |1 - x|e^{-x} dx$. [$2(e^{-1} - e^{-2})$.]

Najděte integrál $\int_0^\pi \sqrt{1 + \sin 2x} dx$. [$2\sqrt{2}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx$. [$2\sqrt{2}$.]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x dx$. [$1 - \frac{1}{4}\pi$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 3x dx$. [0 .]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/2} \cos 2x \sin 3x dx$. [$\frac{3}{5}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \cos 2x \cos 5x dx$. [$\frac{5}{21}$.]

Najděte integrál $\int_0^{2\pi} \sin^2 2x dx$. [π .]

Vypočtěte integrál $\int_{-\pi}^\pi \cos^2 3x dx$. [π .]

Najděte integrál $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^3} dx$. [$\frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$.]

Vypočtete integrál $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln^2 x \, dx$. $\left[\frac{8}{27} (5e^3 - 2) \right]$

Najděte integrál $\int_0^1 (3x - 2) \ln \sqrt{x+1} \, dx$. $\left[\frac{11}{8} - 2 \ln 2 \right]$

Vypočtete integrál $\int_0^1 x^3 \ln^2 x \, dx$. $\left[\frac{1}{32} \right]$

Najděte integrál $\int_0^1 x(x-1)e^{-2x} \, dx$. $\left[-\frac{1}{2} e^{-2} \right]$

Najděte integrál $\int_0^\pi (x^2 - \pi^2) \sin 2x \, dx$. $\left[-\frac{1}{2} \pi^2 \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(2x - \pi) \cos 2x \, dx$. $\left[-\pi \right]$

Najděte integrál $\int_0^\pi e^{-3x} \sin 2x \, dx$. $\left[\frac{2}{13} (1 - e^{-3\pi}) \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{2x} \cos 3x \, dx$. $\left[-\frac{3}{13} (e^\pi + e^{-\pi}) \right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty e^{-3x} \cos 4x \, dx$. $\left[\frac{3}{25} \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\infty}^0 e^{2x} \sin 4x \, dx$. $\left[-\frac{1}{5} \right]$

Najděte integrál $\int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx$. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3} \pi - \ln 2 \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 x \operatorname{arctg} x \, dx$. $\left[\frac{1}{2} \pi - 1 \right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \arcsin x \, dx$. $\left[\frac{1}{2} \pi - 1 \right]$

Najděte integrál $\int_{-2}^2 \arccos \frac{x}{2} dx$. [2π.]

Pro $x > 0$ je funkce $\Gamma(x)$ definována vztahem $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$. Dokažte, že pro $x > 0$ platí vztah $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.

Matematickou indukcí ukažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$.

Najděte integrál $\int_{-1/2}^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{3+4x-4x^2}}$. [$\frac{1}{2}\pi$.]

Vypočtěte integrál $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{x(4-x)}}$. [$\frac{1}{2}\pi$.]

Najděte integrál $\int_0^3 \frac{1-\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} dx$. [$1-4\ln\frac{3}{2}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^\infty x e^{-\sqrt{x}} dx$. [12.]

Najděte integrál $\int_0^1 (x-x^3)e^{x^2} dx$. [$\frac{1}{2}e-1$.]

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$. [$-2e^{-1}$.]

Vypočtěte integrál $\int_1^9 x\sqrt[3]{x-1} dx$. [$\frac{468}{7}$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^\infty \frac{dx}{\cosh x}$. [$\frac{1}{2}\pi$.]

Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx$. [$2-\frac{1}{2}\pi$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{e^{-1}} \frac{1+\ln x}{x \ln^3 x} dx$. [$\frac{1}{2}$.]

Najděte integrál $\int_1^e \frac{\ln^2 x - 1}{x\sqrt{\ln x}} dx$. [$-\frac{8}{5}$.]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$. $\left[\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})\right]$

Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$. $\left[\frac{1}{3}\right]$

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi} e^{-\cos x} \sin 2x dx$. $\left[-4e^{-1}\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^2 - x - 2}$. $\left[\frac{3}{2} - \frac{7}{3} \ln 2\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-1}^1 \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + x - 6} dx$. $\left[6 \ln 2 - 2 \ln 3 - 2\right]$

Najděte integrál $\int_{-2}^0 \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - x^2} dx$. $\left[\frac{5}{2} \ln 3 - 2\right]$

Vypočtěte integrál $\int_2^{\infty} \frac{(2x + 1) dx}{(x + 1)(x - 1)^2}$. $\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \ln 3\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x - 2)(x + 1)^2}$. $\left[-\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \ln 2\right]$

Vypočtěte integrál $\int_2^3 \frac{x(x + 2) dx}{(x + 1)(x - 1)^2}$. $\left[\frac{9}{8} + \frac{3}{4} \ln 2 + \frac{1}{4} \ln 3\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(2x^2 + 1) dx}{(x + 1)(x - 2)^2}$. $\left[\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \ln 2\right]$

Vypočtěte integrál $\int_0^{\infty} \frac{(3x + 8) dx}{(x + 1)(x + 2)^2}$. $\left[5 \ln 2 - 1\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(3x + 8) dx}{(x + 1)(x + 2)^2}$. $\left[5 \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{3}\right]$

Vypočtěte integrál $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x - 2)^2} dx$. $\left[\frac{7}{6} - \frac{5}{8} \ln 3\right]$

Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(4x+3) dx}{(x-3)(x+2)^2}$. $\left[\frac{1}{4} - \frac{3}{5} \ln 6.\right]$

Vypočtete integrál $\int_3^\infty \frac{(4x-3) dx}{(x+3)(x-2)^2}$. $\left[1 + \frac{3}{5} \ln 6.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{2x^2+8x+1}{(x+3)(x-1)^2} dx$. $\left[\frac{11}{8} - 2 \ln 2 - \frac{5}{16} \ln 3.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^2 \frac{x^2+3x+4}{(x-3)(x+1)^2} dx$. $\left[-\frac{1}{3} - \frac{7}{4} \ln 3.\right]$

Vypočtete integrál $\int_{-2}^0 \frac{x^2+4x+8}{(x+3)(x-1)^2} dx$. $\left[\frac{13}{6} - \frac{3}{8} \ln 3.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{2x^2+3x+1}{(x+2)(x-1)^2} dx$. $\left[1 - \frac{4}{3} \ln 2.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{(x+1)(x+2)}{(x-3)(x-2)^2} dx$. $\left[39 \ln 2 - 20 \ln 3 - 6.\right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty \frac{(7x+2) dx}{(x+3)(x+2)^2}$. $\left[19 \ln \frac{3}{2} - 6.\right]$

Vypočtete integrál $\int_1^\infty \frac{(x-2) dx}{x^3+2x^2+x}$. $\left[\frac{3}{2} - \ln 4.\right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(x-3) dx}{x^3-2x^2+x}$. $\left[\ln 8 - 1.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2+3x+1}{(x+1)(x^2+x-6)} dx$. $\left[-\frac{11}{30} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x-2)} dx$. $\left[\frac{1}{2} - \ln 2.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^1 \frac{(x^2+4) dx}{(x+2)(x^2-4)}$. $\left[-\frac{4}{3}.\right]$

Najděte integrál $\int_2^\infty \frac{x dx}{(x-1)(x^2-1)}$. $\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln 3.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{dx}{(x-2)(x^2+4x+3)}$. $\left[-\frac{1}{30} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3.\right]$

Vypočtete integrál $\int_2^\infty \frac{dx}{(x-1)(x^2+4x+3)}$. $\left[\frac{1}{8} \ln \frac{9}{5}.\right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^0 \frac{(x+1)^2 dx}{(x-1)(x^2-4x+3)}$. $\left[4 \ln 3 - 5 \ln 2 - 1.\right]$

Vypočtete integrál $\int_3^\infty \frac{x dx}{(x+3)(x^2-3x+2)}$. $\left[\frac{1}{4} \ln 2 + \frac{3}{20} \ln 6.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-2x-3)} dx$. $\left[\ln 2 - \frac{7}{16} \ln 3 - \frac{3}{8}.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^\infty \frac{dx}{(x+1)(x^2+4x+3)}$. $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \ln 3.\right]$

Vypočtete integrál $\int_{-\infty}^0 \frac{(x+2) dx}{(x-2)(x^2-4x+3)}$. $\left[\frac{5}{2} \ln 3 - 4 \ln 2.\right]$

Najděte integrál $\int_2^\infty \frac{dx}{(x-1)(x^2+x-2)}$. $\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \ln 4.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^\infty \frac{(3x+1) dx}{(x+1)(x^2+3x+2)}$. $\left[5 \ln 2 - 2.\right]$

Najděte integrál $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x-2)(x^2-6x+8)}$. $\left[\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{1}{4}.\right]$

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{x^2-x+1}{(x-2)(x^2-6x+8)} dx$. $\left[\frac{13}{4} \ln 3 - \frac{17}{4} \ln 2 - \frac{3}{4}.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{(4x-5) dx}{(x-2)(x^2-x-2)}$. $\left[\frac{1}{2} - \ln 4.\right]$

Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(x-1) dx}{x^2-4x+16}$. $\left[\frac{1}{2} \ln \frac{3}{4} + \frac{1}{12\sqrt{3}} \pi.\right]$

Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{x^2-2x+5}$. $\left[\frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \ln 2.\right]$

Vypočtete integrál $\int_0^1 \frac{(2x+3) dx}{x^2-6x+13}$. $\left[\ln \frac{8}{13} - \frac{9}{8} \pi + \frac{9}{8} \operatorname{arctg} \frac{3}{2} \right]$

Najděte integrál $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{x^2+x+1}$. $\left[\frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi \right]$

Najděte integrál $\int_0^2 \frac{(2x-1) dx}{x^2-4x+8}$. $\left[\frac{3}{8} \pi - \ln 2 \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{(2x-3) dx}{x^2+6x+25}$. $\left[\ln \frac{8}{5} - \frac{9}{16} \pi + \frac{9}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty \frac{2 dx}{(x+1)(x^2+1)}$. $\left[\frac{1}{2} \pi \right]$

Najděte integrál $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(x+1) dx}{x(x^2+1)}$. $\left[\frac{1}{4} \pi - \frac{1}{2} \ln 2 \right]$

Vypočtete integrál $\int_{-1}^1 \frac{(3x-1) dx}{(x+2)(x^2+3)}$. $\left[\frac{1}{3\sqrt{3}} \pi - \ln 3 \right]$

Najděte integrál $\int_1^\infty \frac{dx}{e^{2x}+e^x-2}$. $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \ln(e-1) - \frac{1}{6} \ln(e+2) \right]$

Vypočtete integrál $\int_{\ln 2}^\infty \frac{4e^x dx}{(e^x+1)(e^{2x}-1)}$. $\left[\ln 3 - \frac{2}{3} \right]$

Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \frac{(2e^x+3) dx}{e^{2x}-e^x-6}$. $\left[\frac{1}{10} \ln 3 - \frac{13}{10} \ln 2 \right]$

Najděte integrál $\int_0^\infty \frac{2e^x+3}{e^{2x}+2e^x} dx$. $\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 3 \right]$

Najděte integrál $\int_{-\infty}^\infty \frac{e^x dx}{e^{2x}-2e^x+4}$. $\left[\frac{2}{3\sqrt{3}} \pi \right]$

Najděte integrál $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}+e^x}{e^{2x}-4e^x+5} dx$. $\left[\frac{3}{4} \pi - \frac{1}{2} \ln 2 \right]$

Najděte integrál $\int_1^e \frac{(\ln x+4) dx}{x(\ln x+2)(\ln^2 x-4)}$. $\left[-\frac{1}{12} - \frac{3}{8} \ln 3 \right]$

Najděte integrál $\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln x (2 \ln^2 x + 3 \ln x - 2)}$. [$\frac{2}{5} \ln 2 - \frac{1}{10} \ln 3$.]

Najděte integrál $\int_{e^{-1}}^e \frac{(\ln x + 2) dx}{x(\ln^2 x + 2 \ln x + 5)}$. [$\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{8} \pi$.]

Vypočtěte integrál $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \sin^2 x} dx$. [$\frac{4}{3} \ln 2$.]

Najděte integrál $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2 \cos x + \sin 2x}$. [$\frac{1}{4} \ln(\sqrt{2} + 1) + \frac{1}{4}(\sqrt{2} - 1)$.]

Vypočtěte integrál $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x}$. [$\ln \frac{3}{2}$.]

Najděte integrál $\int_0^1 \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx$. [$-\ln 2$.]

Najděte integrál $\int_1^\infty \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx$. [$\ln 2$.]

Najděte integrál $\int_1^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$. [$\frac{1}{4} \pi + \ln 2$.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^\infty \frac{(x + 1) dx}{x \sqrt{(x - 1)(x^2 + x + 2)}}$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^4}}$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^\infty \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{x(x + 1)} dx$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{x(x + 1)}} dx$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^2 \frac{dx}{\ln x}$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx$. [konverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_1^\infty \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$. [diverguje.]

Rozhodněte, zda konverguje integrál $\int_0^\infty \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^4+1}} dx$. [konverguje.]
