

## Ukázka 1

Napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f(x) = (1 - 2x)^{\cos x}$  v bodě  $[0; f(0)]$ .

---

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémů funkce  $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$ .

---

Najděte integrál  $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$ .

---

Vypočtěte integrál  $\int_3^{\infty} \frac{(4x - 3) dx}{(x + 3)(x - 2)^2}$ .

---

Najděte součet řady  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} \right)$ .

---

Co znamená, že funkce  $f(x)$  má v bodě  $a$  limitu zprava rovnou  $A \in \mathbb{R}$ ?

---

## Ukázka 2

Najděte limitu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left( \int_1^x \sqrt{t^2 - 1} dt \right)^2}{x^4}$ .

---

Najděte nejmenší a největší hodnotu funkce  $f(x) = x - |\sin 2x|$  na intervalu  $\langle 0, \pi \rangle$ .

---

Najděte integrál  $\int \frac{dx}{(x^2 + 4x + 3)(x - 1)}$ .

---

Vypočtěte integrál  $\int_{e^{-1}}^e x |\ln x| dx$ .

---

Zjistěte, zda konverguje řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{2n+3} \right)^{n(n-1)}$ .

---

Nechť je funkce  $f(x)$  definována pomocí mocninné řady  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x - a)^n$ . Jak najdete její koeficienty  $c_n$  pomocí derivací funkce  $f(x)$  v bodě  $a$ ?

---

### Ukázka 3

Určete definiční obor funkce  $f(x) = (e^2 - x^2)^{\sin x} + \operatorname{arctg} \frac{1}{2}x$  a nalezněte její diferenciály v bodech  $x_1 = 0$  a  $x_2 = -4$ .

---

Najděte intervaly, ve kterých je funkce  $f(x) = x \sin(\ln x)$  konvexní, resp. konkávní, a určete inflexní body této funkce.

---

Najděte integrál  $\int \frac{(x+1)^2 dx}{(x-1)(x^2-4x+3)}$ .

---

Vypočtěte integrál  $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{x(4-x)}}$ .

---

Najděte všechny hromadné body posloupnosti  $a_n = \left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^{3n+2} \cos \frac{\pi n}{3}$ .

---

Kdy je funkce  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  monotonní?

---

### Ukázka 4

Najděte limitu  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin(\cos x) \cdot \operatorname{tg} x$ .

---

Najděte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která je funkce  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x}$  současně rostoucí a konvexní.

---

Vypočtěte integrál  $\int \frac{dx}{2 - e^x - e^{2x}}$ .

---

Najděte integrál  $\int_0^\pi (x^2 - \pi^2) \sin 2x dx$ .

---

Nalezněte  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$  a  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$  pro posloupnost  $a_n = \left(\frac{1-n}{n}\right)^n + \sin \frac{2n\pi}{3}$ .

---

Co víte o *Fourierových koeficientech sudé funkce*?

---

## Ukázka 5

Najděte otevřené intervaly, ve kterých je funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}$$

konstantní, a určete hodnotu funkce  $f(x)$  na každém z těchto intervalů.

---

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce  $f(x) = \ln x + \frac{1}{x^2}$ .

---

Najděte integrál  $\int \cos 4x \cos 3x \, dx$ .

---

Najděte integrál  $\int_{-1}^1 \frac{x \, dx}{x^2 + x + 1}$ .

---

Zjistěte, zda konverguje řada  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ .

---

Co je *limes superior posloupnosti*  $a_n$ ?

---

## Ukázka 6

Najděte limitu  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$ .

---

Který válec má při daném objemu  $V$  nejmenší povrch?

---

Vypočtěte integrál  $\int \frac{(3x+1) \, dx}{(x+1)(x^2+3x+2)}$ .

---

Vypočtěte integrál  $\int_0^{\infty} x e^{-\sqrt{x}} \, dx$ .

---

Zjistěte, zda konverguje řada  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 3n + 2}}{\sqrt{n^2 + 1} \sqrt[3]{n^2 + n + 2}}$ .

---

Co můžete říct o *derivaci monotonní diferencovatelné funkce*?

---

## Ukázka 7

Najděte rovnice tečen k parabole  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ , které procházejí bodem  $A = [1; 2]$ .

---

Najděte intervaly, ve kterých je funkce  $f(x) = \int_2^x \frac{t \, dt}{\ln t}$ ,  $x > 1$ , konvexní, resp. konkávní, a určete její inflexní body.

---

Vypočtěte integrál  $\int \frac{dx}{2 \cos x + \sin 2x}$ .

---

Rozhodněte, zda konverguje integrál  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$ .

---

Zjistěte, zda konverguje řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{n n!}}$ .

---

Napište *Leibinzovo pravidlo pro  $n$ -tou derivaci součinu dvou funkcí*.

---

## Ukázka 8

Najděte všechny asymptoty ke grafu funkce  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x^2}$ .

---

Najděte intervaly monotonie a lokální extrémy funkce  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x + 1)^2}$ .

---

Vypočtěte integrál  $\int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$ .

---

Najděte integrál  $\int_0^2 \frac{(2x-1) dx}{x^2 - 4x + 8}$ .

---

Určete množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která konverguje řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \left( \frac{x}{1+x} \right)^n$ .

---

Jak je definován *Taylorův polynom  $n$ -tého řádu funkce  $f(x)$  se středem v bodě  $a$* ?

---