11 DOPRAVNÍ A POČÍTAČOVÉ SÍTĚ

ANTAGONISTICKÉ HRY

– spolehlivost dopravních sítí

Obvyklý přístup:

- získání statistických dat pro jednotlivé hrany (doba přepravy, zpoždění, kapacita)
- studium vlivu změn chování hran na chování celé sítě

Potíže:

- neúplné informace
- v případě úplných informací nemusí být jistá stabilita dat v čase

Michael G. H. Bell, 2000: *A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks*

☞ ***Model***

1. hráč: uživatel dopravní sítě, který hledá cestu tak, aby minimalizoval očekávané náklady

2. hráč: „démon“, který ovlivňuje fungování sítě tak, aby tyto očekávané náklady maximalizoval

Míra spolehlivosti dopravní sítě = náklady při rovnovážných strategiích

Síť je spolehlivá, jestliže očekávané náklady na cestu jsou přijatelné i v případě, že jsou uživatelé extrémně pesimističtí o stavu sítě.

HRY MEZI CESTOVATELI

– většinou soupeření o omezený prostor na silnici

M. Van Vugt, R. M. Meertens, P. Van Lange, 1995:

Car Versus Public Transportation?

☛ ***Model***

Hráč 2

	Strategie	Veřejná doprava	Automobil
Hráč 1	Veřejná doprava	$(4, 4)$	$(-4, 8)$
	Automobil	$(8, -4)$	$(0, 0)$

HRY MEZI CESTOVATELI

– většinou soupeření o omezený prostor na silnici

M. Van Vugt, R. M. Meertens, P. Van Lange, 1995:

Car Versus Public Transportation?

☛ ***Model***

Hráč 2

	Strategie	Veřejná doprava		Automobil
Hráč 1	Veřejná doprava	$(4, 4)$	$\rightarrow$	$(-4, 8)$
		$\downarrow$		$\downarrow$
	Automobil	$(8, -4)$	$\rightarrow$	$\boxed{(0, 0)}$

☛ Vězňovo dilema: Melvin Dresher, Merrill Flood, 1950

Hráč 2

		Spolupráce	Zrada
Hráč 1	Spolupráce	$\left(\frac{1}{2}, 1\right)$	$(-1, 2)$
	Zrada	$(1, -1)$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$

☛ Vězňovo dilema: Dirigent, Čajkovskij a KGB

Čajkovskij

Dirigent		Zapírat	Přiznat
	Zapírat	$(-3, -3)$	$(-25, -1)$
	Přiznat	$(-1, -25)$	$(-10, -10)$

☛ Vězňovo dilema

Hráč 2

Hráč 1		Spolupráce	Zrada
	Spolupráce	(*odměna*, *odměna*)	(*oškubání*, *pokušení*)
	Zrada	(*pokušení*, *oškubání*)	(*trest*, *trest*)

$$\textit{oškubání} < \textit{trest} < \textit{odměna} < \textit{pokušení}.$$

David Levinson, 2005:

Micro-Foundations of Congestion and Pricing: A Game Theory Perspective

Hra dvou nebo tří hráčů, kteří volí čas odjezdu – zkoumání vzniku dopravního zahlcení: zvolí-li dva řidiči stejný čas, vznikne zácpa a jeden z řidičů dorazí do cíle později.

☛ ***Model***

Řidič 2

		Brzy	Načas	Pozdě
	Brzy	$\left(\frac{B+Z}{2}, \frac{B+Z}{2}\right)$	$(B, 0)$	(B, P)
Řidič 1	Načas	$(0, B)$	$\left(\frac{P+Z}{2}, \frac{P+Z}{2}\right)$	$(0, P)$
	Pozdě	(P, B)	$(P, 0)$	$\left(P + \frac{P+Z}{2}, P + \frac{P+Z}{2}\right)$

Pozorování: obvykle $B < Z < D$

☛ $B = 1, Z = 2, P = 3$

Řidič 2

Řidič 1		Brzy	Načas	Pozdě
	Brzy	$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$	$(1, 0)$	$(1, 3)$
	Načas	$(0, 1)$	$\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$	$(0, 3)$
	Pozdě	$(3, 1)$	$(3, 0)$	$\left(\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right)$

☛ $B = 1, Z = 2, P = 3$

Řidič 2

Řidič 1		Brzy	Načas	Pozdě
	Brzy	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	$(1, 0)$	$(1, 3)$
	Načas	$(0, 1)$	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	$(0, 3)$
	Pozdě	$(3, 1)$	$(3, 0)$	$(\frac{11}{2}, \frac{11}{2})$

☛ ***Příklad 1***: **„Kuřata“**

Pepíček

Maruška	Strategy	Zahni		Jeď rovně
	Zahni	$(1, 1)$	$\rightarrow$	$(0, 2)$
		$\uparrow$		$\downarrow$
	Jeď rovně	$\mathbf{(2, 0)}$	$\leftarrow$	$(-3, -3)$

☛ $B = 3, Z = 1, P = 4$

Řidič 2

Řidič 1		Brzy	Načas	Pozdě
	Brzy	$(2, 2)$	$(3, 0)$	$(3, 4)$
	Načas	$(0, 3)$	$\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$	$(0, 4)$
	Pozdě	$(4, 3)$	$(4, 0)$	$\left(\frac{13}{2}, \frac{13}{2}\right)$

☛ $B = 3, Z = 1, P = 4$

		Řidič 2		
		Brzy	Načas	Pozdě
Řidič 1	Brzy	$(2, 2)$	$(3, 0)$	$(3, 4)$
	Načas	$(0, 3)$	$\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$	$(0, 4)$
	Pozdě	$(4, 3)$	$(4, 0)$	$\left(\frac{13}{2}, \frac{13}{2}\right)$

☛ Poplatky za dopravní zácpu

		Řidič 2		
		Brzy	Načas	Pozdě
Řidič 1	Brzy	$(2, 2)$	$(3, 0)$	$(3, 4)$
	Načas	$(0, 3)$	$(5, 5)$	$(0, 4)$
	Pozdě	$(4, 3)$	$(4, 0)$	$(9, 9)$

P. A. Pedersen, 2003:

Moral Hazard in Traffic Games

Hypotéza: zvyšování bezpečnosti způsobuje zvyšování počtu agresivních řidičů

Strategie: hrdlička nebo jestřáb

2 hrdličky:

analogie Cournotova modelu duopolu

hrdlička, jestřáb:

Stackelbergův model s jestřábem jako vůdcem

2 jestřábi:

oba se snaží chovat jako vůdci, výsledkem je nerovnováha

☞ Jestřábi a hrdličky

Strategie	Jestřáb	Hrdlička
Jestřáb	$\left(\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2}\right)$	$(V, 0)$
Hrdlička	$(0, V)$	$\left(\frac{V}{2}, \frac{V}{2}\right)$

Rypouš sloní: $V >> C$

HRY MEZI AUTORITAMI A „UŽIVATELI“

– obvykle Stackelbergův model; autorita usiluje o optimální stav celého systému, sobecký uživatel o individuální optimum

D. Reyniers, 1992: *Crowding Levels and Fare Classes in Public Transport*

Hráči: provozovatel železnice, pasažéři

Strategie:

Provozovatel rozhoduje o rozdělení vlaků do tříd a určuje jízdné v jednotlivých třídách (předvídá chování pasažérů)

Pasažéři se rozhodují se o tom, kterou třídu použijí

H. J. Van Zuylen, H. Taale, 2004: *Urban Network with Ring Roads: A Two-Level, Three Player Game*

Hráči:

- **Společnost zodpovědná za městské komunikace**
- **Společnost zodpovědná za obchvat**
- **Uživatelé dopravní sítě**

Strategie společností: nastavení světelných signálů

H. J. Van Zuylen, H. Taale, 2004: *Urban Network with Ring Roads: A Two-Level, Three Player Game*

Hráči:

- **Společnost zodpovědná za městské komunikace**

  cíl: minimalizovat celkovou dobu přepravy na městských komunikacích

- **Společnost zodpovědná za obchvat**

  cíl: maximalizovat rychlost na obchvatu

- **Uživatelé dopravní sítě**

  cíl: minimalizovat dobu vlastní přepravy

Strategie společností: nastavení světelných signálů

Y. Hollander, J. N. Prashker, D. Mahalel, 2006: *Determining the Desired Amount of Parking Using Game Theory*

Stackelbergův model:

- **Vedení města**

  cíl: zachovat přívětivé městské centrum rozvojem MHD a minimalizací IAD

  strategie: redukce parkovacích míst v centru města

- **Uživatelé dopravní sítě**

  cíl: maximalizovat užitek

  strategie: volba druhu dopravy do centra, případně volba jiné destinace

MANAGEMENT DOPRAVNÍCH SÍTÍ

Tim Roughgarden, 2002: *Selfish Routing*

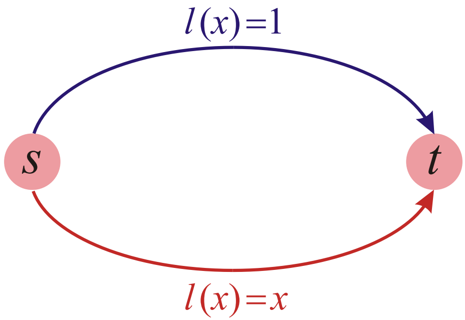
- **kvantifikace zhoršení chování dopravní sítě způsobeného sobeckým nekoordinovaným chováním uživatelů**

  horní odhad poměru celkových nákladů při nekoordinovaném chování a celkových nákladů při společensky optimálním chování

➥ **návrh a rozbor algoritmů pro budování a řízení sítí vedoucích ke společensky žádoucímu výsledku**

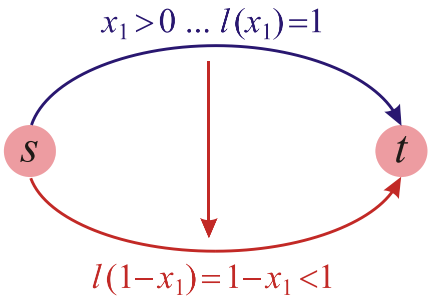
MOTIVACE

Pigou, 1920

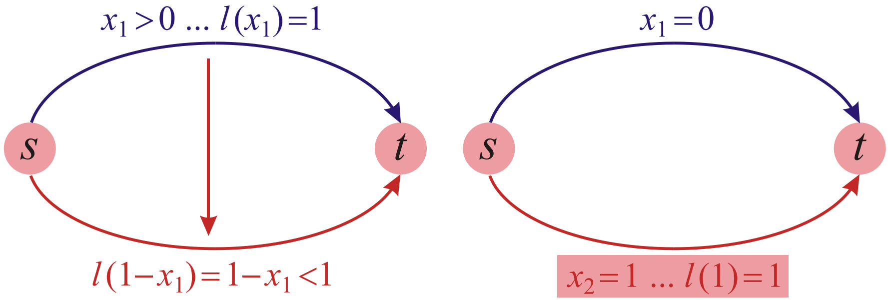


s	...	satelitní město
v	...	vlakové nádraží
x	...	část celkové přepravy probíhající po dané hraně
$l(x)$	...	doba přepravy po dané hraně

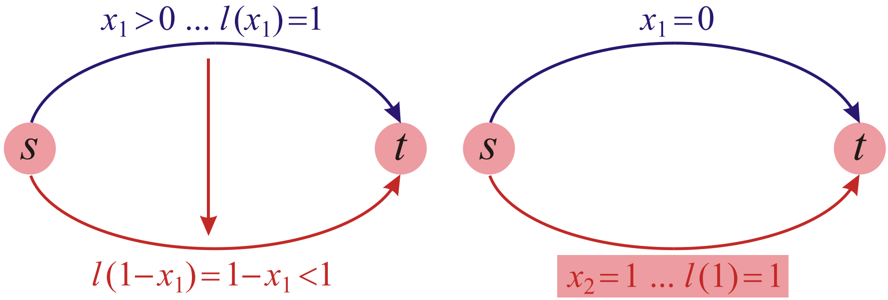
Rovnovážné strategie:



Rovnovážné strategie:



Rovnovážné strategie:



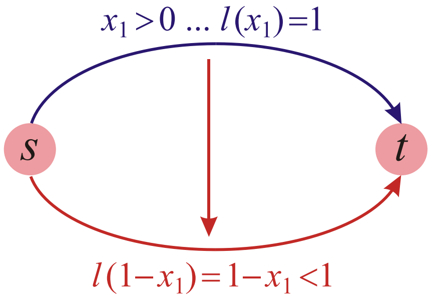
Společenské optimum:

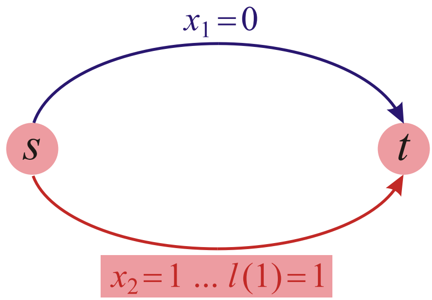
$$x_2^2 + (1 - x_2) = (x_2 - \tfrac{1}{2})^2 + \tfrac{3}{4}$$

$$\downarrow$$

min

Rovnovážné strategie:



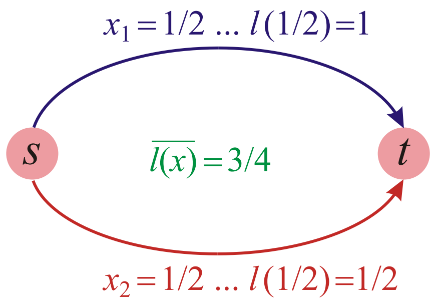


Společenské optimum:

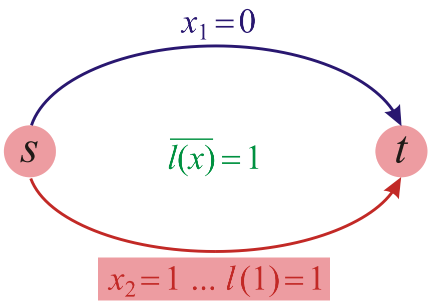
$$x_2^2 + (1 - x_2) = (x_2 - \tfrac{1}{2})^2 + \tfrac{3}{4}$$

$$\downarrow$$

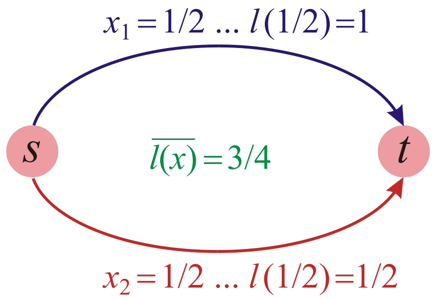
min



Rovnovážné strategie:

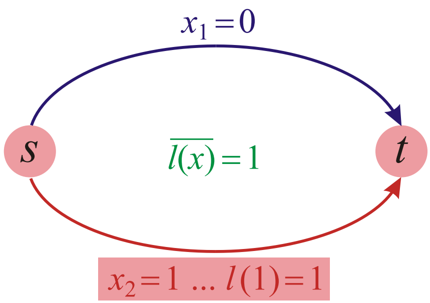


Společenské optimum:

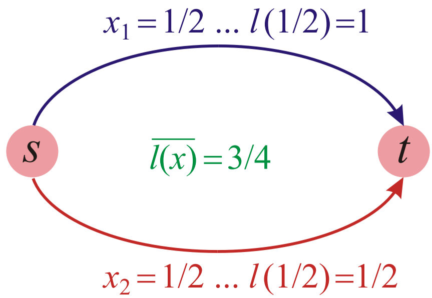


Ponaučení: sobecké chování nezávislých nespolupracujících jedinců nevede nutně ke společensky optimálnímu výsledku.

Rovnovážné strategie:



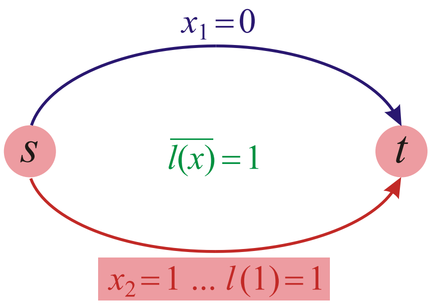
Společenské optimum:



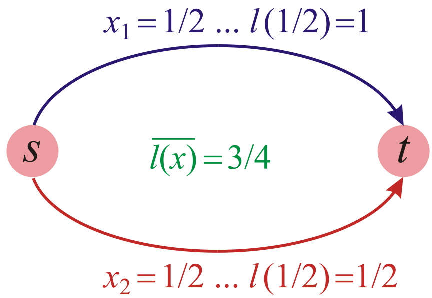
Ponaučení: sobecké chování nezávislých nespolupracujících jedinců nevede nutně ke společensky optimálnímu výsledku.

Kolikrát horší je tento výsledek?

Rovnovážné strategie:



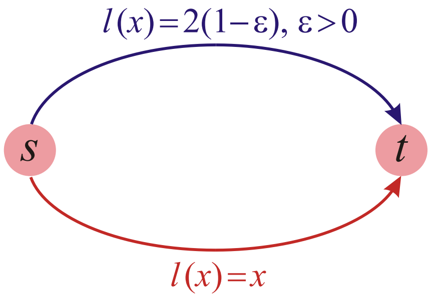
Společenské optimum:

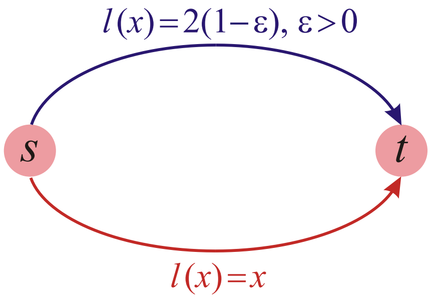


Ponaučení: sobecké chování nezávislých nespolupracujících jedinců nevede nutně ke společensky optimálnímu výsledku.

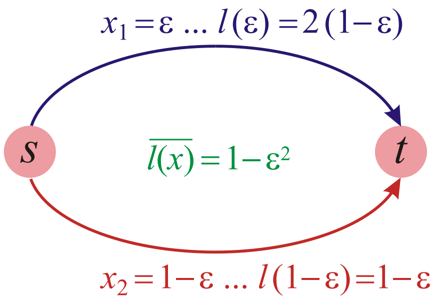
Kolikrát horší je tento výsledek?

Jak nespravedlivé je společenské optimum?

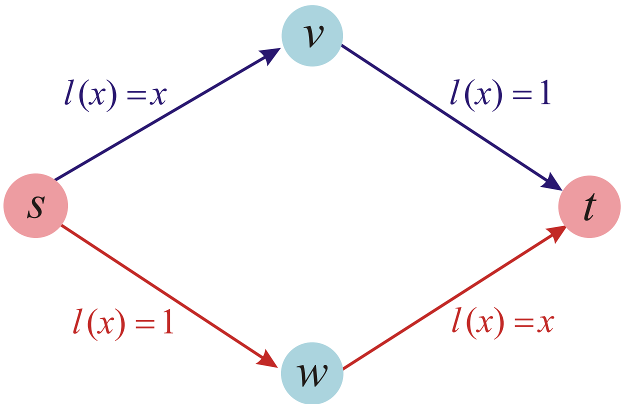

$l(x) = 2(1 - \varepsilon),\ \varepsilon > 0$
s
t
$l(x) = x$



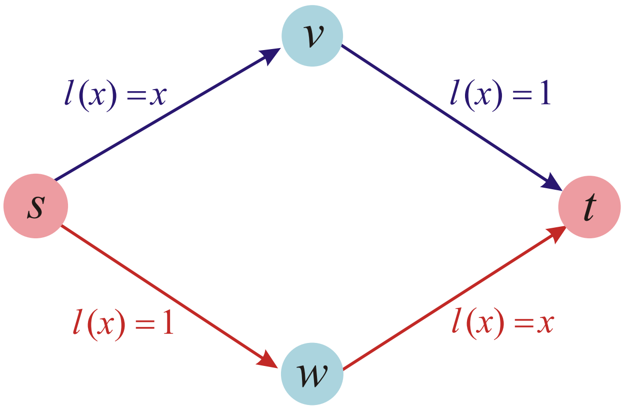
Společenské optimum: $x_2^2 + 2(1-\varepsilon)(1-x_2) \ \rightarrow$ min



Braess, 1968



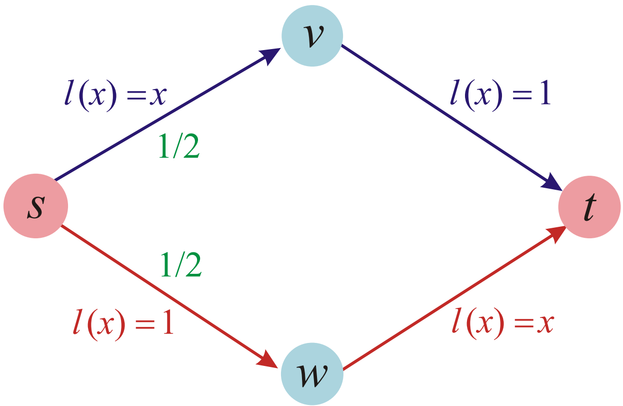
Braess, 1968



Společenské optimum:

$$x_1^2 + 1 \cdot x_1 + (1 - x_1) \cdot 1 + (1 - x_2)^2 \;\rightarrow\; \text{min}$$

Braess, 1968

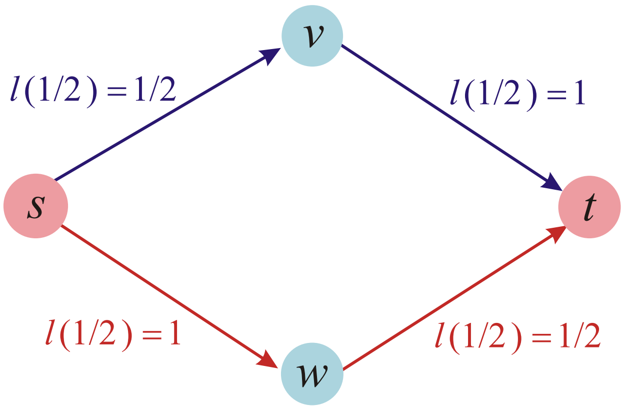


Společenské optimum:

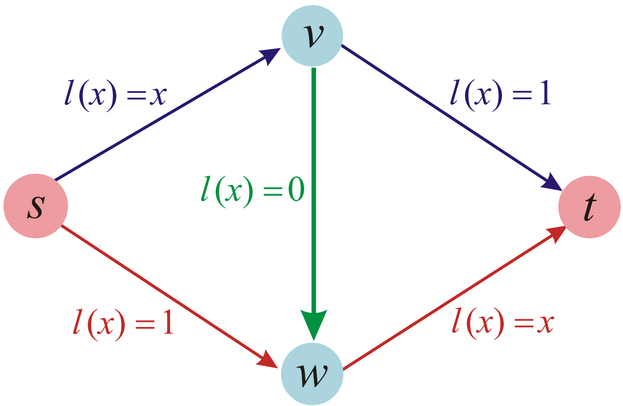
$$x_1^2 + 1 \cdot x_1 + (1 - x_1) \cdot 1 + (1 - x_2)^2 \ \longrightarrow \ \text{min}$$

$$x_1 = 1/2$$

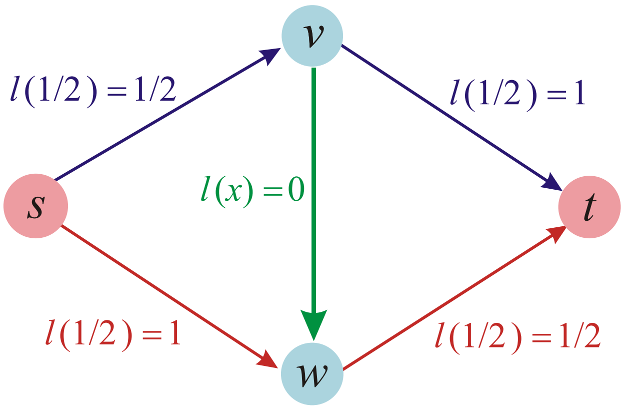
Braess, 1968



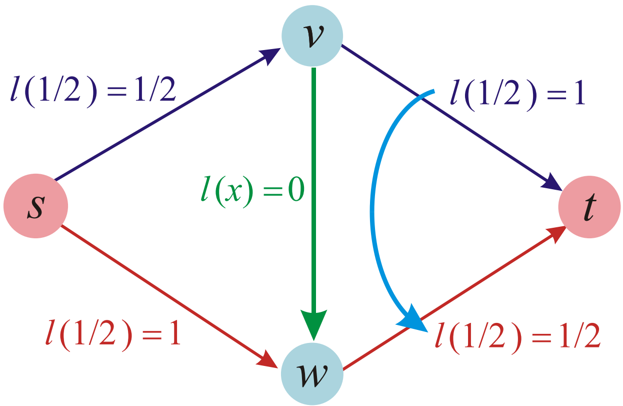
Braess, 1968



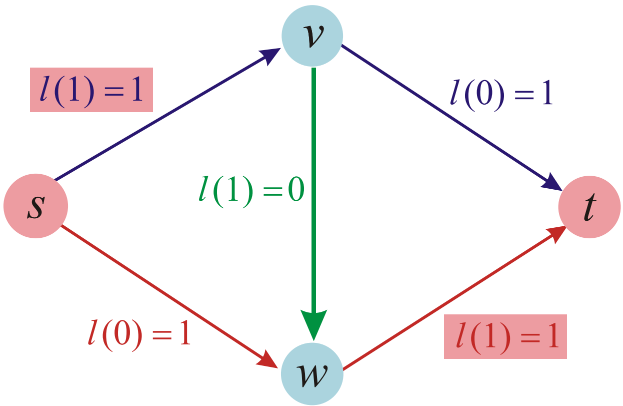
Braess, 1968



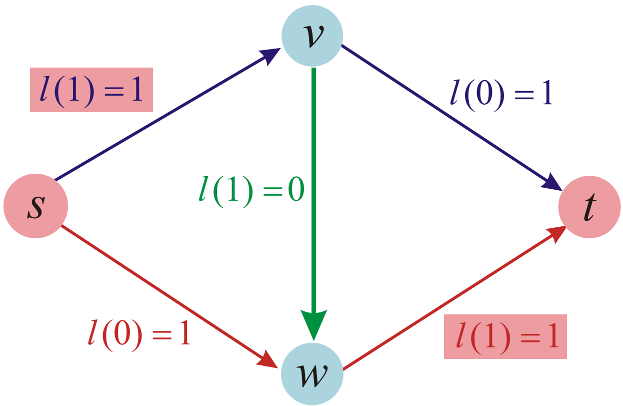
Braess, 1968



Braess, 1968



Braess, 1968



Intuitivně užitečné (nebo aspoň nevinné) jednání – přidání rychlé hrany – může mít negativní vliv na celou dopravu

Jak se vypořádat se sobectvím?

Jak se vypořádat se sobectvím?

- vhodný design sítě
- poplatky
- Stackelbergovské směrování

Jak se vypořádat se sobci?

- **vhodný design sítě**

  Víme-li, že síť budou užívat sobeční uživatelé, jak ji navrhnout, abychom minimalizovali rozdíl mezi rovnovážným stavem a stavem optimálním? Které hrany odstranit?
  Potíže: ne vždy je možné dosáhnout optima; výpočtová složitost pro rozsáhlejší sítě s nelineárními latencemi

- **poplatky**

- **Stackelbergovské směrování**

Jak se vypořádat se sobci?

- **vhodný design sítě**

  Víme-li, že síť budou užívat sobeční uživatelé, jak ji navrhnout, abychom minimalizovali rozdíl mezi rovnovážným stavem a stavem optimálním? Které hrany odstranit?
  Potíže: ne vždy je možné dosáhnout optima; výpočtová složitost pro rozsáhlejší sítě s nelineárními latencemi

- **poplatky**

- **Stackelbergovské směrování**

  Část dopravy řízená centrálně, část sobečtí jedinci

  Jak má být centrálně řízená doprava směrována, aby indukovala „dobré“ chování nekooperativních uživatelů, tj. aby jejich sobecká reakce minimalizovala celkovou latenci?

MODEL

$G = (V, E)$	....	orientovaná síť
V	....	množina vrcholů
E	....	množina hran
$s, t \in V$	....	vstup, výstup
$\mathcal{P}$	....	množina cest z s do t
$f : \mathcal{P} \to \mathbb{R}^+$	....	tok; $f_e := \sum_{P: e \in P} f_P$
r	....	objem dopravy z s do t
		přípustný tok: $\sum_{P \in \mathcal{P}} f_P = r$
$l_e(\cdot) : f_e \to \mathbb{R}_0^+$	....	funkce latence přiřazená hraně e
		nezáporná, spojitá, nerostoucí funkce
		latence cesty P: $l_P(f) = \sum_{e \in P} l_e(f_e)$
(G, r, l)	....	**situace**

Náklady toku f : $C(f) = \sum_{P \in \mathcal{P}} l_P(f) f_P$

Optimální tok: přípustný tok minimalizující $C(f)$

Rovnovážný tok (J. Nash, 1950):

Tok f přípustný pro (G, r, l) se nazývá **rovnovážným**, jestliže pro každé $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$, kde $f_{P_1} > 0$, a každé $\delta \in (0, f_{P_1}\rangle$ platí: $l_{P_1}(f) \leq l_{P_2}(\tilde{f})$, kde

$$\tilde{f} = \begin{cases} f_P - \delta & \text{pro} \quad P = P_1, \\ f_P + \delta & \text{pro} \quad P = P_2, \\ f_P & \text{pro} \quad P \notin \{P_1, P_2\}. \end{cases}$$

Rovnovážný tok (J. Nash, 1950):

Tok f přípustný pro (G, r, l) se nazývá **rovnovážným**, jestliže pro každé $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$, kde $f_{P_1} > 0$, a každé $\delta \in (0, f_{P_1}\rangle$ platí: $l_{P_1}(f) \leq l_{P_2}(\tilde{f})$, kde

$$\tilde{f} = \begin{cases} f_P - \delta & \text{pro} \quad P = P_1, \\ f_P + \delta & \text{pro} \quad P = P_2, \\ f_P & \text{pro} \quad P \notin \{P_1, P_2\}. \end{cases}$$

Tvrzení (J. G. Wardrop, 1952):

Tok f přípustný pro (G, r, l) je **rovnovážný**, jestliže pro každé $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$, kde $f_{P_1} > 0$, platí:

$$l_{P_1}(f) \leq l_{P_2}(f)$$

– tj. všechny cesty s nenulovou latencí mají stejnou latenci l_{PR}

[plyne ze spojitosti a monotonie latence]

Charakterizace optimálního toku

Předpoklad: $x \cdot l_e(x)$ je konvexní pro každou hranu $e \in E$

$$C(f) = \sum_{P \in \mathcal{P}} l_P(f) f_P = \sum_{e \in E} l_e(f_e) f_e$$

Mezní náklady:

$$\hat{l}_e(x) := \frac{d}{dx}(x \cdot l_e(x)) = l_e(x) + x \cdot l'_e(x)$$

Tvrzení:

Tok $\hat{f}$ přípustný pro (G, r, l) je optimální

$\Leftrightarrow$

tok $\hat{f}$ je rovnovážný pro $(G, r, \hat{l})$

[pro každé $P_1, P_2 \in \mathcal{P}$, kde $f_{P_1} > 0$, platí: $\hat{l}_{P_1}(f) \leq \hat{l}_{P_2}(f)$]

Existence a jednoznačnost rovnovážného toku:

Tvrzení:

Pro každou situaci (G, r, l) se spojitými nerostoucími funkcemi latence existuje rovnovážný tok. Jsou-li navíc $f, \tilde{f}$ dva rovnovážné toky, pak pro každou hranu $e \in E$ platí: $l_e(f_e) = l_e(\tilde{f}_e)$.

JAK ŠPATNÉ JE SOBECKÉ SMĚROVÁNÍ?

$$\textbf{Cena anarchie} = \frac{C(\textbf{rovnovážný tok})}{C(\textbf{optimální tok})}$$

Horní odhad:

Například pro polynomiální funkce latence stupně nejvýše p s nezápornými koeficienty:

$$CA = \frac{1}{1 - \frac{p}{(p+1)^{-\frac{p+1}{p}}}}$$

[$p = 1 \ldots\ CA = 4/3$]

JAK NESPRAVEDLIVÉ JE OPTIMÁLNÍ SMĚROVÁNÍ?

Nespravedlnost situace (G, r, l) :

$$u(G, r, l) = \max_{P \in \mathcal{P}} \left\{ \frac{l_P \text{ při optimálním toku}}{l_{PR} \text{ při rovnovážném toku}} \right\}$$

Tvrzení:

Je-li pro každou hranu $e \in E$ funkce $x \cdot l(x)$ konvexní, pak

$$u(G, r, l) \leq \sup_{x > 0} \frac{\hat{l}(x)}{l(x)}.$$

Odhad:

Pro situace (G, r, l), kde jsou funkce latence polynomy stupně nejvýše p s nezápornými koeficienty, je $u(G, r, l) \leq p + 1$.

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
- **úplná informace**

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
  složité dopravní nebo počítačové sítě:
  omezené výpočetní možnosti
- **úplná informace**

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
  složité dopravní nebo počítačové sítě: omezené výpočetní možnosti
- **úplná informace**
  není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
  složité dopravní nebo počítačové sítě: omezené výpočetní možnosti
- **úplná informace**
  není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

⇝ **hráči se „učí“ volit optimální strategie v opakovaných hrách**

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
  složité dopravní nebo počítačové sítě: omezené výpočetní možnosti
- **úplná informace**
  není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

⇝ **hráči se „učí“ volit optimální strategie v opakovaných hrách**

⇝ **EVOLUČNÍ TEORIE HER**

Evolučně stabilní strategie

Evolučně stabilní strategie = strategie, kterou – je-li přijata všemi členy populace – nemůže překonat žádná jiná v tom smyslu, že mutant, který by ji používal, by byl méně úspěšný v reprodukci.

☛ **Speciální případ:** populace s nekonečně mnoha členy, kteří se množí asexuálně a navzájem se střetávají vždy po dvojicích (tyto konflikty můžeme modelovat pomocí hry dvou hráčů v normálním tvaru s výplatními funkcemi u_1, u_2)

strategie I je evolučně stabilní, jestliže pro každou strategii $J \neq I$ platí:

$$u_1(I, I) > u_1(J, I)$$

nebo $u_1(I, I) = u_1(J, I)$ a zároveň $u_1(I, J) > u_1(J, J)$

I evolučně stabilní strategie $\Rightarrow (I, I)$ rovnovážný bod

$x(0)$	...	počáteční vektor populace
A	...	matice hry
x_i	...	část hráčů používajících strategii i
$(Ax^T)_i$	...	očekávaná výplata agenta hrajícího strategii i proti oponentovi náhodně vybranému z populace x
xAx^T	...	průměrná výplata v populaci
$\lambda(x)$	...	funkce nabývající kladných hodnot

Začátek: Každému hráči je přiřazena ryzí strategie

$\rightsquigarrow$ V každém časovém okamžiku hráč hraje proti náhodně vybranému oponentovi, pozoruje svou a oponentovu výplatu, načež mění svou strategii s pravděpodobností úměrnou rozdílu výplat:

$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = \lambda(x) \cdot ((Ax^T)_i - xAx^T),$$

tj.

$$\dot{x}_i = \lambda(x) \cdot x_i \cdot ((Ax^T)_i - xAx^T),$$

$\lambda(x) = 1$ **... replikátorová dynamika**

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů“ v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

➥ **Dynamika sobeckého směrování**

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů" v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

➥ **Dynamika sobeckého směrování**

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

➥ **Stabilita**
Strategie x se nazývá evolučně stabilní, je-li rovnovážná a pro každou nejlepší odpověď y na x platí: $x \cdot l(y) = y \cdot l(y)$.

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů" v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

- **Dynamika sobeckého směrování**

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

- **Stabilita**
  Strategie x se nazývá evolučně stabilní, je-li rovnovážná a pro každou nejlepší odpověď y na x platí: $x \cdot l(y) = y \cdot l(y)$.

- **Rychlost konvergence**
  Jak rychle systém dosáhne rovnovážného stavu nebo stavu blízkého

Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností" HW

Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle

Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností" HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .

Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .
- Každý agent má informace pouze o místní dopravní situaci (detektory)
- Omezená komunikace

Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .
- Každý agent má informace pouze o místní dopravní situaci (detektory)
- Omezená komunikace
- **I bez centrální autority může systém dospět ke koordinaci – i když to bude trvat určitý čas**

MODEL:

Každý **agent** $i \in Q = \{1, 2, \ldots, n\}$ hraje hru G dvou hráčů proti každému agentu-sousedstvi $j \in N_i$; hráč n je „příroda“

Množina strategií agenta $i : A_i = \{a_{i,1}, a_{i,2}, \ldots, a_{i,n}\}$

Výplatní funkce: $u_i : \; A_1 \times \cdots \times A_n \to \mathbb{R}$

Smíšená strategie: $p_i = (p_{i,1}, \ldots, p_{i,k}, \ldots, p_{i,m}),$

$$p_{i,k} \geq 0, \quad p_{i,1} + \cdots + p_{i,m} = 1$$

S_i – množina všech smíšených strategií agenta i

$S = S_1 \times \cdots \times S_n$

Začátek: „příroda“ (dopravní tok) určí výplatní funkce všech agentů

V čase t agent i zvolí strategii a obdrží výplatu = součet výplat získaných v hrách s každým ze sousedů $\to$ v následujícím období aktualizuje strategii v závislosti na výplatě

Období změny stavu

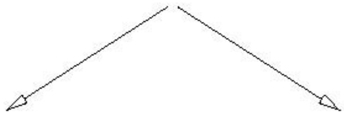
Lokální změna v čase $t = \rho$ na křižovatce i

$\Longrightarrow$ agent i aktualizuje smíšenou strategii p_i v závislosti na toku vozidel $q_{i,k}$ měřeném na každém z detektorů k :

$$p_{i,t} = (p_{i,1,t}, \dots, p_{i,m,t}) = \left[\frac{q_{i,1,t}}{\sum_k q_{i,k,t}}, \dots, \frac{q_{i,m,t}}{\sum_k q_{i,k,t}} \right]$$

Období výplat

Globální změna $\Longrightarrow$ změna výplatních funkcí



Q1

	s1	s2
s1	a1 / a1	c / c
s2	c / c	b1 / b1

Q2

	s1	s2
s1	a2 / a2	c / c
s2	c / c	b2 / b2

$$a_1 > b_1, c \quad b_1 > c, \qquad\qquad b_2 > a_2, c \quad a_2 > c,$$

Rovnovážné body: $(s_1, s_1),\ (s_2, s_2),\ (p_1, p_1),\ (p_2, p_2)$

$$p_1 = \left(\frac{b_1}{a_1+b_1}, \frac{a_1}{a_1+b_1}\right), \quad p_2 = \left(\frac{b_2}{a_2+b_2}, \frac{a_2}{a_2+b_2}\right)$$

Období učení

V těchto obdobích mají agenti čas na učení, jak měnit strategie, aby se zkoordinovali a směřovali ke globálnímu cíli (období nastávají náhodně s četností určenou pro daný model)

Aktualizace smíšených strategií:

$$p_i = \left(\frac{\pi_{i,1,\Delta}}{\sum_k \pi_{i,k,\Delta}}, \dots, \frac{\pi_{i,m,\Delta}}{\sum_k \pi_{i,k,\Delta}} \right), \qquad 1 \leq k \leq m, \quad a_{i,k} \in A_i$$

$$\pi_{i,k,t} = \lambda \cdot \pi^*_{i,k,t} + (1 - \lambda) \cdot \overline{\pi}_{i,k,\Delta}$$

λ **– paměťový faktor,** $0 < \lambda < 1$

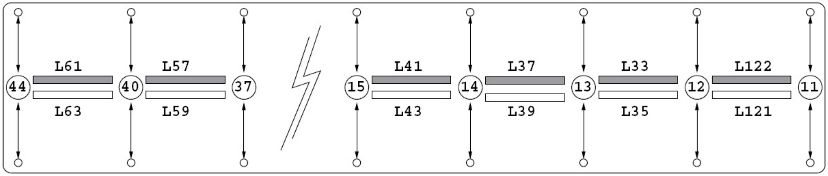
poslední období změny stavu před 0 . . . $t = \rho < 0$

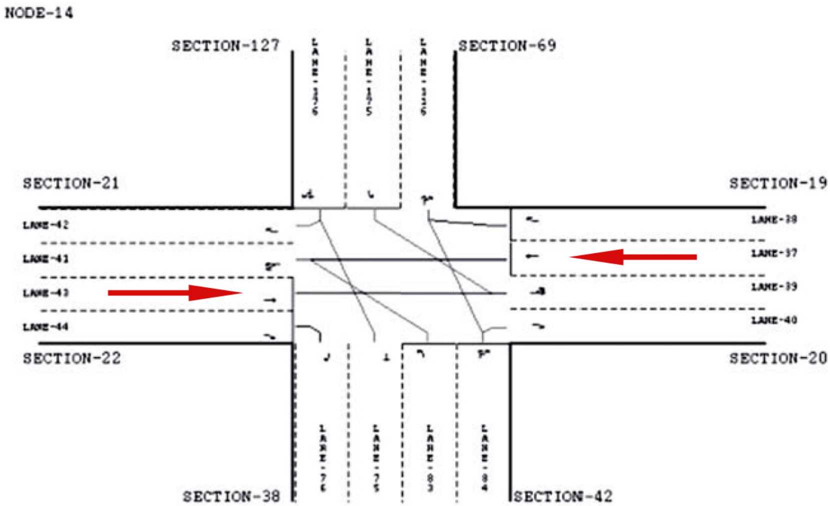
interval učení . . . $\Delta = (\delta, 0)$

výplata získaná jednáním $a_{i,k}$ před t . . . $\pi^*_{i,k,t}$

průměrná výplata získaná jednáním $a_{i,k}$ během Δ . . . $\overline{\pi}_{i,k,\Delta}$

Simulace


L61
L57
L41
L37
L33
L122
44
40
37
15
14
13
12
11
L63
L59
L43
L39
L35
L121


NODE-14
SECTION-127
SECTION-69
SECTION-21
SECTION-19
LANE-42
LANE-41
LANE-43
LANE-44
LANE-37
LANE-40
SECTION-22
SECTION-20
SECTION-38
SECTION-42

Agent 15

Agent 14

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & s_{PW} & & s_{PE} \\
\hline
s_{PW} & \mathbf{(2,2)} & \leftarrow & (0,0) \\
 & \uparrow & & \downarrow \\
s_{PE} & (0,0) & \rightarrow & \boxed{(1,1)}
\end{array}
$$

Agent 15

Agent 14

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & s_{PW} & & s_{PE} \\
\hline
s_{PW} & \boxed{\mathbf{(1,1)}} & \leftarrow & (0,0) \\
 & \uparrow & & \downarrow \\
s_{PE} & (0,0) & \rightarrow & (2,2)
\end{array}
$$

Experiment A

Výplatní funkce odrážejí globální cíle

sledování závislosti na četnosti intervalů učení

stacionární stav dosažen ve většině simulovaných situací, uspokojivý čas

Experiment B

Výplatní funkce odrážejí jen lokální cíle

čas potřebný k dosažení stejných výsledků je delší než v A

Experiment C

Komunikace a přenos informací mezi sousedy

Čas potřebný k dosažení koordinace je delší než bez komunikace

Srovnání s centrálním řízením dopravy

centrální řízení vede k lepším výsledkům v případech, kdy tok vozidel je v jednom směru výrazně vyšší než v druhém

Srovnání s centrálním řízením dopravy

centrální řízení vede k lepším výsledkům v případech, kdy tok vozidel je v jednom směru výrazně vyšší než v druhém

jinak vítězí navržený decentralizovaný systém