

7 EVOLUČNÍ TEORIE HER



MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- ↳ neomezená racionalita
- ↳ úplná informace

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

- **neomezená racionalita**
složitě dopravní nebo počítačové sítě:
omezené výpočetní možnosti
- **úplná informace**

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

➤ **neomezená racionalita**

složitě dopravní nebo počítačové sítě:
omezené výpočetní možnosti

➤ **úplná informace**

není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

➤ **neomezená racionalita**

složitě dopravní nebo počítačové sítě:
omezené výpočetní možnosti

➤ **úplná informace**

není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

~> hráči se „učí“ volit optimální strategie v opakovaných hrách

MEZE:

Základní předpoklady při aplikaci teorie kooperativních a nekooperativních her:

➤ **neomezená racionalita**

složitě dopravní nebo počítačové sítě:
omezené výpočetní možnosti

➤ **úplná informace**

není vždy k dispozici úplná informace o povaze ostatních hráčů, o jejich možných strategiích a preferencích

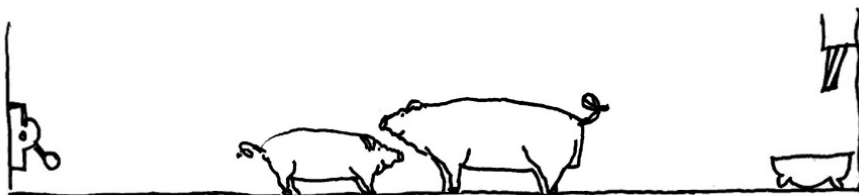
~> hráči se „učí“ volit optimální strategie v opakovaných hrách

~> **EVOLUČNÍ TEORIE HER**

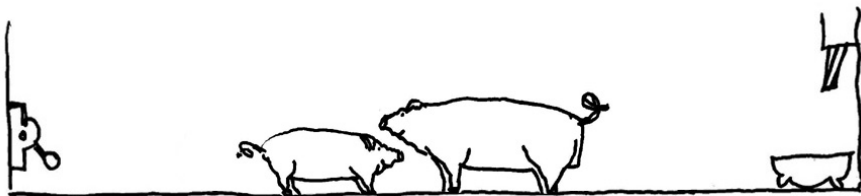


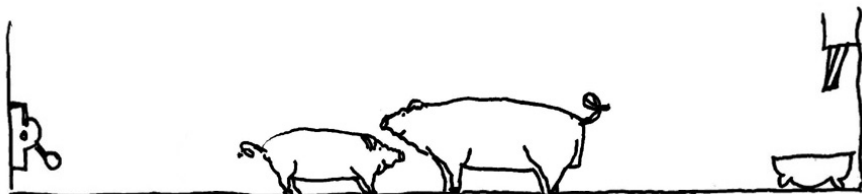
Názornou analogií toho, co se děje v dlouhém časovém horizontu na úrovni genů v evoluci, je učení se jedince, který se opakovaně ocitá ve stejné rozhodovací situaci, v krátkém časovém horizontu jeho života. Snad nejzajímavějším a přitom velmi jednoduchým příkladem je pokus, který v roce 1979 provedli B. A. Baldwin a G. B. Meese s dvojicí prasat ve speciálně upraveném Skinnerově boxu (či spíše chlívků): na jedné straně boxu je páka, jejíž stisknutí uvede do chodu násypku s potravou umístěnou na druhém konci boxu. Ponechá-li se v boxu jedno prase, naučí se, že stisknutí páky způsobí sypání určité dávky potravy, a bude postupně přebíhat mezi pákou a korýtkem u násypky. Ovšem Baldwin a Meese do chlívků umístili *dvě prasata* a vytvořili tak možnost, aby jedno prase vykořisťovalo druhé – stálo u korýtku a cpalo se, zatímco druhé by ovládalo páku a běhalo ke korýtku.

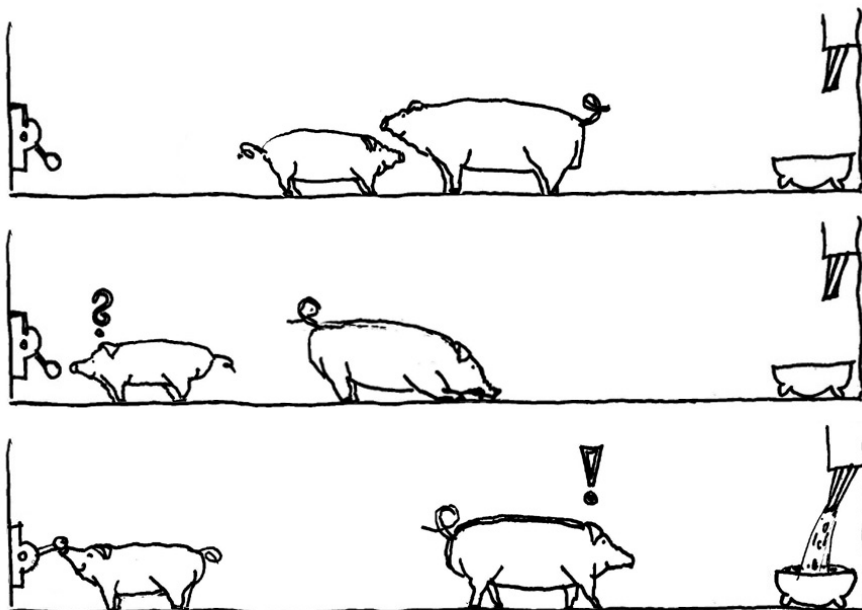
Mezi dvojicí prasat se vždy ustanoví hierarchie *dominantní* – *submisivní*; kdo však v našem pokusu bude stát u korýtka a čekat a kdo bude mačkat páku a běhat? Donutí dominantní prase submisivní k obsluze páky? Situace je schematicky znázorněna na následujícím obrázku (dominantní prase je znázorněno jako velké, submisivní jako malé):

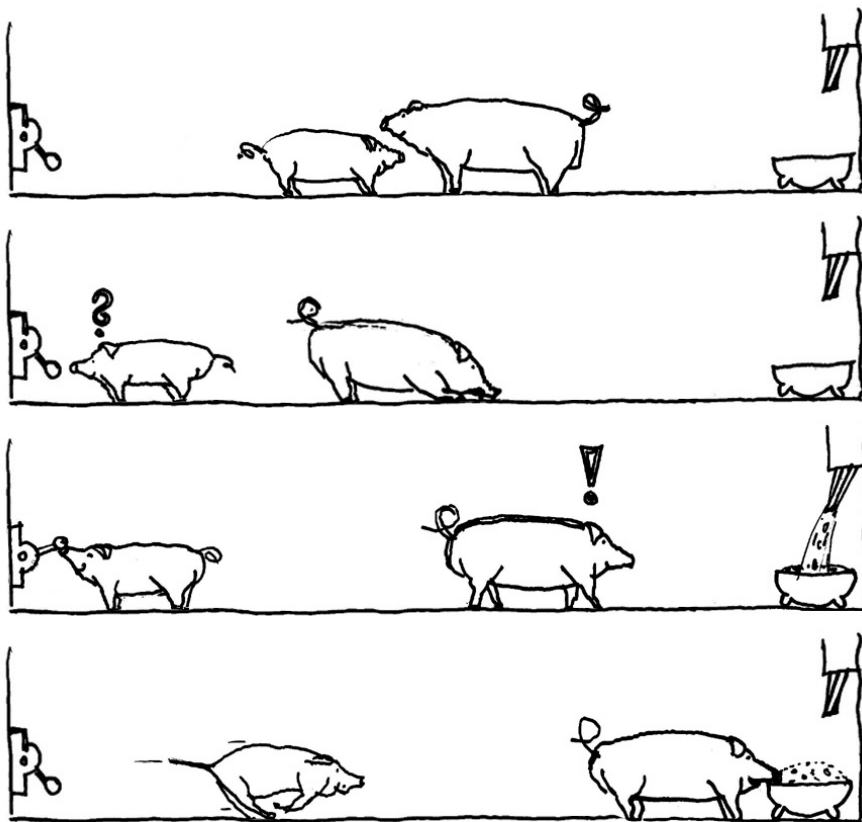


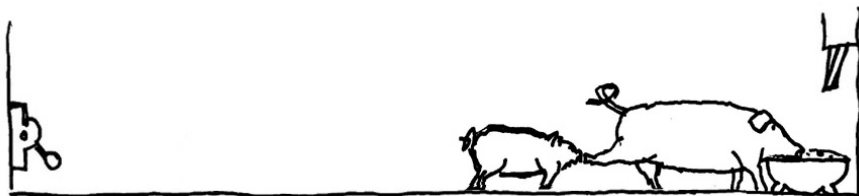
Další obrázky pak ilustrují, jak experiment dopadl.

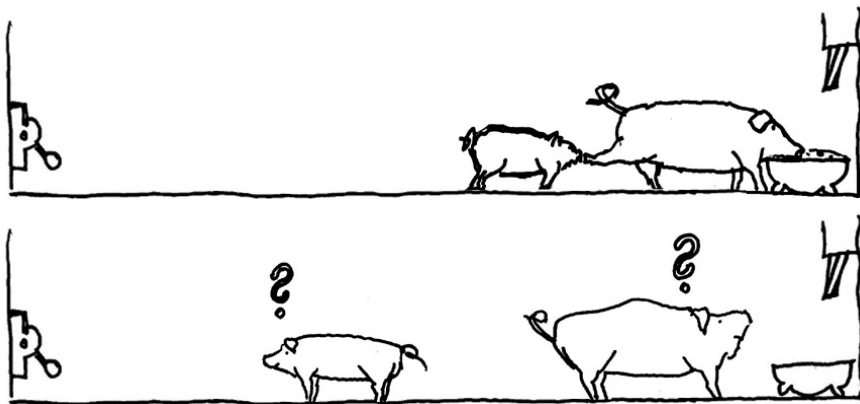


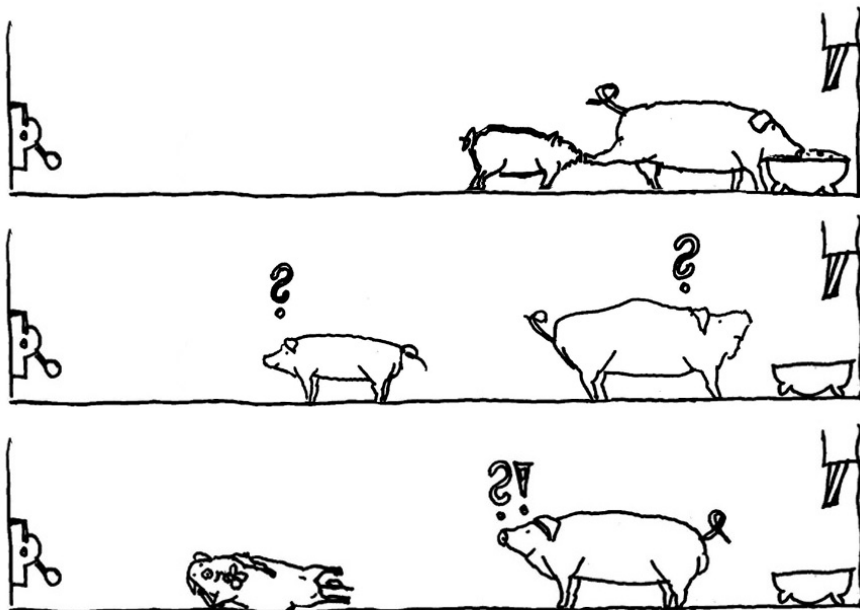


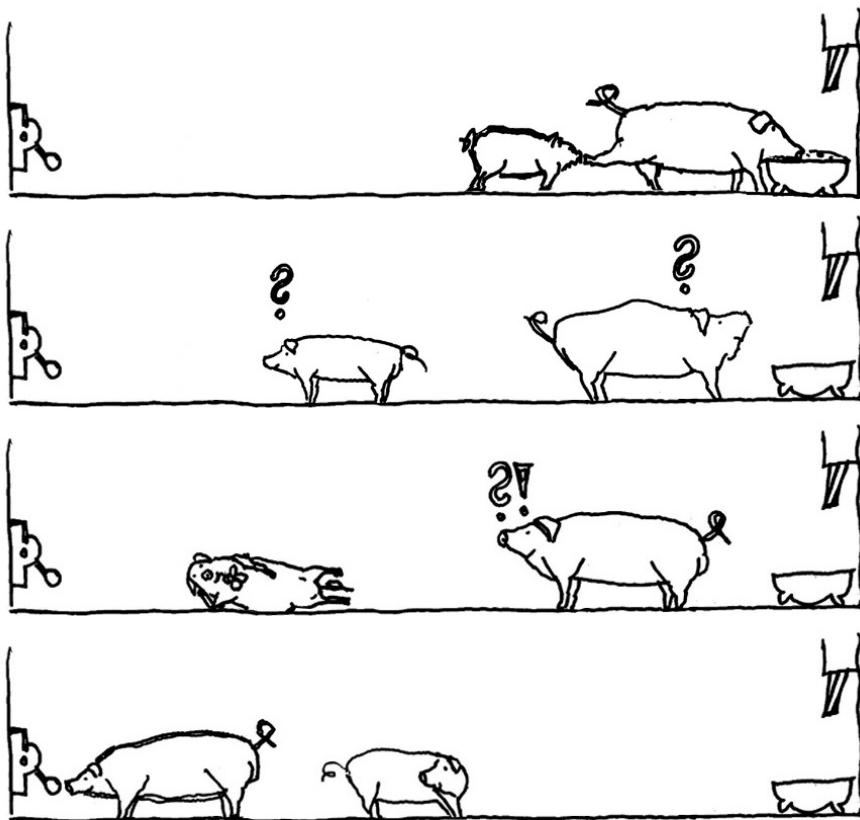


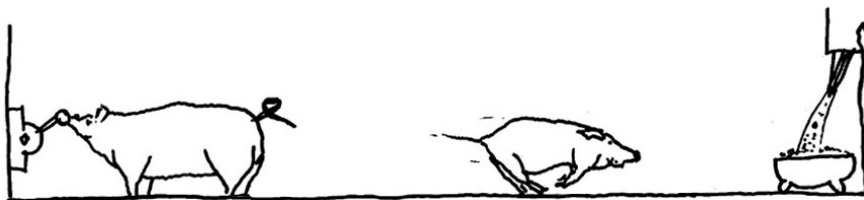


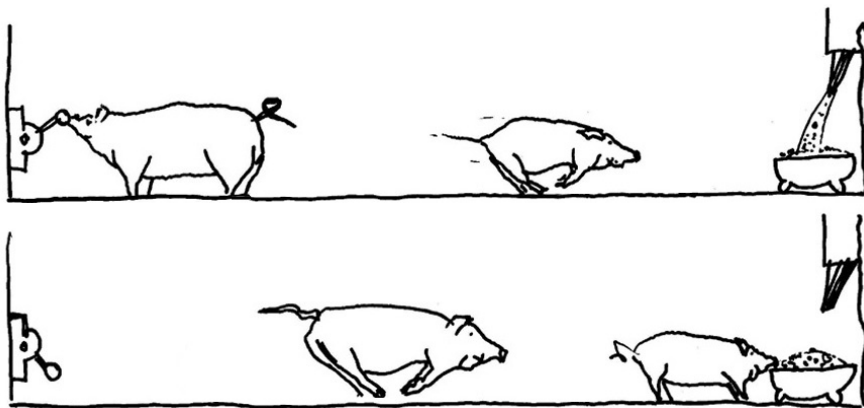


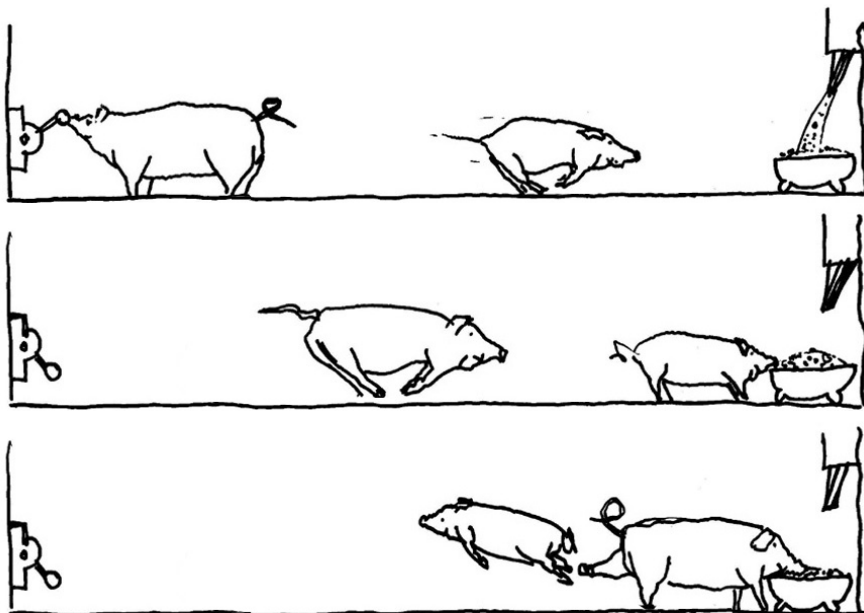


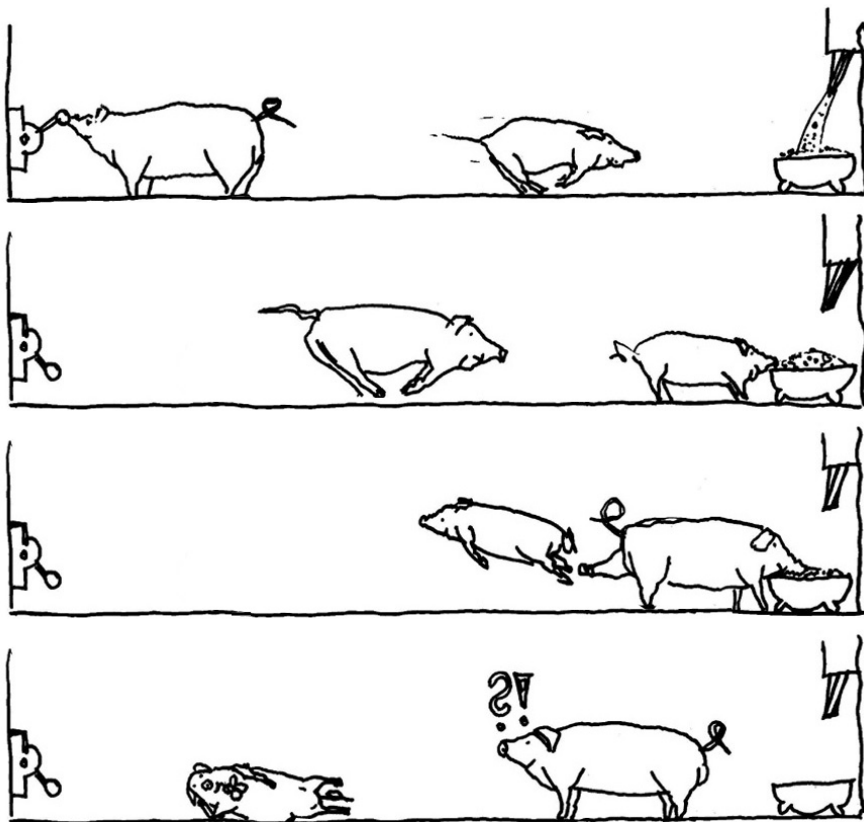












Strategie *jsi-li dominantní, sed' u koryta, jsi-li submisivní, mačkej páku* vypadá na první pohled rozumně, není však rovnovážná: submisivní prasátko by běžalo od páky ke korýtku, nikdy by však za svou námahu nebylo odměněno, protože dominantní prase by je k potravě nepustilo; výhodnější by pro něj bylo nic nedělat, protože by aspoň neztrácelo energii. Brzy proto s touto zbytečnou snahou skončí a dominantnímu praseti nezbude, než mačkat páku samo. Nakonec tedy bude submisivní prasátko čekat u korýtku a velké bude mačkat páku a pak se vždy vyřítí přes celý chlívek ke korýtku, odstrčí submisivní prasátko, které zatím stačilo aspoň něco pojmít, a dojí zbytek. Pokus skutečně takto dopadl, a to dokonce i v případě, že dávka potravy byla tak malá, že submisivní prasátko stačilo sníst více potravy než dominantní. Dvojice strategií (*mačkej páku, sed' u koryta*) pro dominantní a submisivní prase je *rovnovážným bodem* ve smyslu výše uvedené definice.

Pokud bychom se na stejnou situaci podívali čistě matematicky z pohledu teorie her, pak bychom si sestavili model pomocí dvojmaticové hry, který by vypadal například takto:



Strategie	Stiskni páku	Sed' u koryta
Stiskni páku	$(8, -2)$	$\rightarrow (5, 3)$
Sed' u koryta	$(10, -2)$	$\rightarrow (0, 0)$

V modelu jsme uvažovali zisk z celé dávky potravy v hodnotě 10 jednotek užitku, ztrátu danou námahou spojenou s mačkáním páky a běháním v hodnotě -2 jednotek a množství potravy, které submisivní prasátko stačí pojmít, než je odstrčeno dominantním, v hodnotě 4 jednotek (tyto hodnoty byly zvoleny náhodně a laskavý čtenář si je může libovolně změnit; ze strategického hlediska se nic nezmění, ohodnotíme-li námahu libovolným záporným číslem, získá-li čekající submisivní prasátko nezáporný počet jednotek a nezáporný počet jednotek zbude na prase dominantní).

Racionálně uvažující hráči by dospěli k rovnovážným strategiím následujícím způsobem. Z pohledu druhého hráče – submisivního prasátka – je první strategie dominována druhou a může být proto rovnou eliminována. První hráč – dominantní prase – předpokládá racionalitu svého protivníka a uvědomí si, že bude volit svou druhou strategii; rozhoduje se tedy mezi ziskem 0 a 6 jednotek, což jej dovede k volbě první strategie. Postupným eliminováním dominovaných strategií tak racionální rozhodovatelé došli ke stejnému závěru jako naše pokusná zvířata – ke dvojici rovnovážných strategií (*mačkej páku*, *sed' u koryta*). Snadno se nahlédne, že tato dvojice strategií splňuje podmínku pro rovnovážné strategie.

ROVNOVÁŽNÉ STRATEGIE V BIOLOGII

Aplikace související s bojem, kooperací a komunikací živočichů, koexistencí různých rysů, způsoby páření, konflikty mezi pohlavími, počtem a poměrem pohlaví potomků, rozdělením jedinců v jejich výskytu; otázky klíčení a rozptýlení semen, konkurence kořenů, produkce nektaru, velikosti květů, aj.

R. A. Fisher: *The Genetical Theory of Natural Selection*, 1930
– poměr pohlaví, výběr partnerů pro páření

Historický mezník:

J. Maynard Smith, G. R. Price: *The Logic of Animal Conflict*, 1973

J. Maynard Smith: *Evolution and the Theory of Games*, 1982

Brzy se ukázalo nejen to, že principy chování živočichů i rostlin při vzájemných interakcích i celou evoluční teorii lze zatím nejspokojivěji objasnit z pohledu teorie her, ale dokonce i to, že nejslibnější aplikace teorie her jsou *právě* v biologii! Na jedné straně je zcela pochopitelné, že problematika konfliktu či spolupráce různých živých organismů do teorie her svým obsahem patří, neboť právě to je jejím předmětem, na druhé straně si člověk těžko dokáže představit, že si třeba štěnice či dokonce fíkovník sestaví matematický model rozhodovací situace. v níž se ocitl. vtvorí si

přehled možných strategií, ocení si možné výstupy a pak pomocí aparátu teorie her určí optimální strategii. Ovšem ukazuje se, že dokonce čím méně vyvinutá je schopnost organismu přemýšlet, tím lépe se teorie her jeví fungovat!

Hra genů

Ač se nám to může na první pohled zdát nemožné, vysvětlení je zcela jednoduché: jako *hráče* stačí uvažovat *geny*, které řídí chování organismu, tj. volí pro organismus *strategie* v konkrétních situacích; genem přitom budeme rozumět část chromozomu, dostatečně malou na to, aby přežila v mnoha generacích a byla rozšířena v populaci v mnoha kopiích. *Strategií* bude behaviorální fenotyp, tj. chování „předprogramované“ geny – specifikace toho, co bude jedinec dělat v jakékoli situaci, v níž se může ocitnout; konečně *výplatní funkcí* bude reprodukční „zdatnost“, tj. schopnost genu zachovat se a šířit v genotypu populace (*genotypem* se rozumí soubor všech genů, které má organismus k dispozici pro zajištění svých biochemických, fyziologických a morfologických vlastností a znaků; *fenotyp* je soubor všech pozorovatelných vlastností a znaků organismu.)

Ani kudlanka, ani její geny samozřejmě nic „nepočítají“, stejně iako světelný paprsek nepočítá svou trajektorii mezi dvěma body

po lomu či odrazu a nehledá, kterou trasu urazí v nejkratším čase – jeho trajektorie je jednoduchým důsledkem fyzikálních zákonů. Podobně může být jednoduchým důsledkem zákonů populační genetiky, že v rovnovážném stavu jsou maximalizovány jisté veličiny; nic se přitom neříká o záměru či úmyslu.

Hra genů

hráči = geny, které řídí chování organismu, tj. volí pro organismus **strategie** v konkrétních situacích

gen = část chromozomu, dostatečně malá na to, aby přežila v mnoha generacích a byla rozšířena v populaci v mnoha kopiích.

strategie = behaviorální fenotyp, tj. chování „předprogramované“ geny – specifikace toho, co bude jedinec dělat v jakékoli situaci, v níž se může ocitnout

výplatní funkce = reprodukční „zdatnost“, tj. schopnost genu zachovat se a šířit v genotypu populace.

genotyp = soubor všech genů, které má organismus k dispozici pro zajištění svých biochemických, fyziologických a morfologických vlastností a znaků

fenotyp = soubor všech pozorovatelných vlastností a znaků organismu.

Zjednodušeně řečeno, k pochopení základních principů evoluce si stačí představit, že kdysi dávno, před čtyřmi miliardami let, vznikla – třeba náhodou – molekula schopná replikace, výroby svých vlastních kopií, a začala se množit. Při replikaci občas došlo k chybám čili *mutacím*, z nichž pravděpodobně většina byla pro svou nositelku nevýhodná a vedla k jejímu brzkému zániku bez možnosti dalšího rozmnožování, některé vedly k molekulám schopným další replikace a některé byly pro své nositelky dokonce výhodou; vedle sebe se tak množily různé replikující se molekuly a s rostoucím počtem mezi sebou musely začít soupeřit o stavební jednotky pro replikaci. Ty méně úspěšné se pak množily méně, případně časem zanikly, úspěšnější se začaly množit více a šířit v prostředí. Chyby v replikaci vedoucí k větší stabilitě či snižující stabilitu ostatních replikátorů byly tímto způsobem uchovávány a množeny. Některé „dravé“ replikátory mohly připadnout na způsob, jak štěpit molekuly jiných a použít vzniklé stavební jednotky na stavbu vlastních kopií, jiné se mohly začít chránit pomocí různých schránek. Dále přežívaly a množily se replikátory, které měly lepší a účinnější *nástroje na přežití*. Tyto nástroje se postupně vylepšovaly miliardy let, ze vzájemných soutěží vždy vítězně vycházely ty úspěšnější replikátory, které zvolily vhodnější *strategii* (ať již doslova vzorec chování či třeba morfologickou

vlastnost). Těžko překonatelnými slovy R. Dawkinse:

Jaké podivné nástroje sebezachování přinesla následující tisíceletí? Co mělo být osudem prastarých replikátorů za 4 miliardy let? Nevymřely, neboť jsou dávnými mistry v umění přežít. Nečekejte však, že je uvidíte volně plavat v moři. Této dobrodružné svobody se dávno vzdaly. Dnes se hemží ve velkých koloniích, bezpečně usazený v gigantických nemotorných robotech, odděleny od okolního světa, s nímž komunikují složitými nepřímými cestami a manipulují prostřednictvím dálkového ovládání. Jsou přítomny ve vás i ve mně, stvořily nás, tělo i mysl, a jejich zachování je konečným důvodem naší existence. Udělaly velký pokrok, tyto replikátory. Dnes se jim říká geny a my jsme jejich nástroje přežití.

Generaci za generací se „schránky genů“, tj. živé organismy řízené geny, utkávají ve vzájemných soutěžích, geny, které svým nositelům zvolily nejlepší strategii a umožnily jim přežití a rozmnožování, se dále šíří a postupně tak dochází k jejich „učení“. Výsledkem je, že se jejich nositelé chovají tak, jako by vědomě hledali optimální strategie a tak, jak by jim předepsala teorie her; místo výpočtu však geny k rovnovážné strategii dospěly uvedeným postupným přizpůsobováním se a přírodním výběrem.

Evolučně stabilní strategie

Evolučně stabilní strategie = strategie, kterou – je-li přijata všemi členy populace – nemůže překonat žádná jiná v tom smyslu, že mutant, který by ji používal, by byl méně úspěšný v reprodukci.

☞ **Speciální případ:** populace s nekonečně mnoha členy, kteří se množí asexuálně a navzájem se střetávají vždy po dvojicích (tyto konflikty můžeme modelovat pomocí hry dvou hráčů v normálním tvaru s výplatními funkcemi u_1, u_2)

strategie I je evolučně stabilní, jestliže pro každou strategii $J \neq I$ platí:

$$u_1(I, I) > u_1(J, I)$$

$$\text{nebo } u_1(I, I) = u_1(J, I) \quad \text{a zároveň} \quad u_1(I, J) > u_1(J, J)$$

I evolučně stabilní strategie $\Rightarrow (I, I)$ rovnovážný bod

☞ Jestřábi a hrdličky



Základní model, který je sice velmi zjednodušený, avšak který ukazuje podstatu věci, je následující. Uvažujme populaci jednoho druhu, která při boji staví pouze na dvou různých strategiích; nazvěme je strategie *jestřába* a strategie *hrdličky*. Pojmenování je obrazné a pouze vystihuje způsob chování: jestřáb bojuje vždy tvrdě a nesmlouvavě a vzdává se jen tehdy, je-li vážně zraněn (či zabit), hrdlička se uchyluje pouze k symbolické hrozbě a při přímém útoku prchá nezraněna. Předmětem boje může být například výhodné teritorium, které vede ke zvýšení „zdatnosti“ jeho uživatele (a tím i jeho genů) o hodnotu V ; celková zdatnost poraženého ořitom nemusí být nulová – jedinec ien zůstává v horším

teritoriu. Ztrátu ze zranění oceňme hodnotou C . Budeme předpokládat, že všichni jestřábi jsou stejně schopní bojovníci, takže při vzájemném střetnutí každý z nich s pravděpodobností $1/2$ zvítězí a se stejnou pravděpodobností bude zraněn a poražen. Při střetnutí dvou hrdliček bude teritorium sdíleno rovným dílem; jedná-li se o nedělitelný zdroj, budeme opět uvažovat náhodné rozdělení mezi obě soupeřky. Příslušná dvojmaticová hra pro libovolnou dvojici členů populace vypadá takto:

Strategie	Jestřáb	Hrdlička
Jestřáb	$(\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2})$	$(V, 0)$
Hrdlička	$(0, V)$	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$

Strategie	Jestřáb	Hrdlička
Jestřáb	$(\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2})$	$(V, 0)$
Hrdlička	$(0, V)$	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$

Strategie **hrdlička** není nikdy evolučně stabilní, protože populace hrdliček může být napadena jestřábím mutantem, jemuž se v populaci hrdliček daří lépe než hrdličkám samotným.

Je-li $V > C$, pak evolučně stabilní strategií je **jestřáb**.

Rypouš sloní: je cena za vítězství ohromná: téměř úplný monopol nad harémem samic; souboje také bývají velmi zuřivé.

Je-li $V < C$, pak není ani jedna z ryzích strategií evolučně stabilní (hra nemá ani žádný rovnovážný bod). Rovnovážnou strategií je smíšená strategie obsahující strategii *jestřáb* s pravděpodobností $p = V/C$; tato strategie je evolučně stabilní.

Hru „na hrdličky a jestřáby“ je možné komplikovat přidáváním libovolného množství dalších strategií, zaváděním různých asymetrií apod.

Rypouš sloní: $V \gg C$







➡ Příklad 1 – Souboj pohlaví

Uvažujme dvojici partnerů. Cílem každého z nich je, aby co nejvíce jejich potomků přežilo. Ovšem čím méně musí investovat do každého mláděte, tím více mláďat může mít – toho může nejjednoduššeji dosáhnout tím, že donutí partnera, aby do každého mláděte investoval více prostředků, a sám bude mít další potomky s jinými partnery. Takovýmto partnerem bývá většinou otec: například u savců se plod vyvíjí v těle matky, matka také produkuje mléko a nese břemeno výchovy a ochrany mláděte a celkem tak do potomka investuje více než otec; to začíná už tím, že vajíčko je podstatně větší než spermie. Kdyby mládě opustila, hrozí, že by se otec zachoval stejně a mládě by zemřelo. Pro samičku je pak mnohem nákladnější přivést na svět dalšího potomka, než pro otce.

Jak může samička snížit míru, do jaké ji sameček využívá? Jakmile dojde k páření, již své velké vajíčko plné živin obětovala, samec získal výživu pro své potomky a nic jej neдрží. Jediná šance tedy je, přimět samečka k určitým výdajům či obětem předem, tedy odmítat kopulaci, dokud sameček například nepostaví hnízdo, neshromáždí dostatek potravy a podobně. Tím samečka "otesuje" – jestliže sameček nebude mít dostatek trpělivosti, aby vše

podstoupil, lze předpokládat, že nebude ani příliš věrný; ten, kdo vytrvá, prokáže určitou věrnost a vytrvalost předem. Navíc čím delší budou námluvy a čím náročnější budou úkoly, které musí sameček splnit, tím méně se mu bude chtít samičku posléze opustit, protože by musel toto všechno podstupovat znovu.

Kdyby se všechny samičky chovaly takto, neměl by "záletný" sameček, který by nechtěl před pářením podstoupit náročné námluvy, šanci se rozmnožit. V populaci pak budou samí věrní samečkové. Kdyby se však v této situaci objevila samička (říkejme jí "nevázaná"), která by žádné úkoly nevyžadovala, ušetřila by čas vyplývaný prodlouženými námluvami a ještě by o ni byl veliký zájem. Její geny by se začaly šířit rychleji než geny "zdrženlivých" samiček. Ovšem v populaci, kde většina samiček je "nevázaných", by byl v ohromné výhodě sameček, který by hned po kopulaci samičku opustil a začal by se pářit s jinou. V takovém případě by pak "nevázaná" samička musela vše zajistit sama a byla by na tom hůře než samička "zdrženlivá", jejíž geny by se zase začaly šířit v populaci.

Matematicky můžeme situaci vyjádřit například takto: Uvažujme dvě různé strategie (tj. nevědomé programy chování) samiček: *zdrženlivá* a *nevázaná*, a dvě strategie samečka: *věrný* a *záletník*. *Zdrženlivá* samička neořistoupí na kouplaci. dokud samec

nepodstoupí dlouhé a nákladné námluvy, trvající několik týdnů. *Nevázané* samičky se budou pářit ihned s kýmkoli. *Věrný* sameček je připraven na dlouhé dvoření a po kopulaci zůstává se samičkou a pomáhá jí s výchovou mláďat. *Záletník*, pokud se s ním samička nechce hned pářit, ztrácí trpělivost a hledá si jinou samičku; po kopulaci se nezdržuje a vyrazí za další samičkou. Uvažujme namátkově zvolené hodnoty pro výdaje a prospěch, které vyjadřují "zisk" z úspěšně vychovaného mláďete (+15 bodů pro každého rodiče), výdaje na výchovu, potravu, čas strávený hlídáním, ochranu apod (-20 bodů pro toho, kdo vychovává - tj. buď celkem pro oba, nebo jen pro opuštěnou samičku), čas vyplývaný prodlouženými námluvami (-3 body):

Strategie	Věrný	Záletník
Zdrženlivá	(2, 2)	(0, 0)
Nevázaná	(5, 5)	(-5, 15)

I když se v přírodě setkáváme spíše s tzv. genetickým polymorfismem, kdy určitá část populace používá jednu strategii a zbytek druhou, jsou druhy, které používají skutečné smíšené strategie, například vosa *severoamerická kutilka*. Každá samice se stará sama o sebe, svůj život zasvěcuje shánění přístřeší a potravy pro své larvální potomstvo: vyhloubí tunelovou noru s komůrkou na dně, vyrazí na lov sarančete, svou oběť paralyzuje a odtáhne do nory; když nashromáždí čtyři až pět sarančat, položí na hromadu vajíčko a chodbu uzavře. Larva pak v komůrce, dokud nedospěje, pojídá paralyzovaná (avšak živá a tedy čerstvá) sarančata.



Každá kutilka má přitom k dispozici dvě možné strategie: hloubit vlastní noru, anebo obsadit noru cizí, již vyhloubenou (to však v sobě nese riziko, že nora může být obsazená, což vosu zvenku nepozná). Snadno si představíme, že v případě, že by byla příliš často používána druhá strategie, nebylo by co obsazovat a vyplatilo by se hloubit vlastní hnízdo, velká dostupnost chodeb by naopak upřednostňovala obsazování.



J. Brockmannová, R. Dawkins a A. Grafen studovali časové a energetické výdaje a reprodukční zisky kutilek a ukázali, že na základě pozorování a kvantitativních měření je jednak skutečně možné určit konkrétní a reálné hodnoty *výplatních funkcí*, jednak ukázali, že kutilky používají „opravdové“ smíšené strategie: každá kutilka někdy kope, někdy obsazuje cizí hnízdo. Pravděpodobnosti vypočítané z modelu přitom odpovídaly terénním pozorováním.



Více se na toto téma lze dočíst například v mimořádně zajímavých knížkách Richarda Dawkinse:

Dawkins, R.: *The Selfish Gene*. Oxford, Oxford University Press, 1976 (český překlad V. Kopského *Sobecký gen*, Praha, Mladá Fronta).

Dawkins, R.: *The Blind Watchmaker*. Harlow, Longman, 1986 (český překlad T. Grima *Slepý hodinář*, Praha, Paseka, 2002).

Evoluční teorie her

Obecně je evoluční hra popsána následujícím modelem:

$x(0)$	...	počáteční vektor populace
A	...	matice hry
x_i	...	část hráčů používajících strategii i
$(Ax^T)_i$	...	očekávaná výplata agenta hrajícího strategii i proti oponentovi náhodně vybranému z populace x
xAx^T	...	průměrná výplata v populaci
$\lambda(x)$	...	funkce nabývající kladných hodnot

Začátek: Každému hráči je přiřazena ryzí strategie

↪ V každém časovém okamžiku hráč hraje proti náhodně vybranému oponentovi, pozoruje svou a oponentovu výplatu, načež mění svou strategii s pravděpodobností úměrnou rozdílu výplat:

$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = \lambda(x) \cdot ((Ax^T)_i - xAx^T),$$

tj.

$$\dot{x}_i = \lambda(x) \cdot x_i \cdot ((Ax^T)_i - xAx^T),$$

$\lambda(x) = 1$... **replikátorová dynamika**

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů“ v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

➔ **Dynamika sobeckého směrování**

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů“ v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

➤ Dynamika sobeckého směřování

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

➤ Stabilita

Strategie x se nazývá evolučně stabilní, je-li rovnovážná a pro každou nejlepší odpověď y na x platí: $x \cdot l(y) = y \cdot l(y)$.

Simon Fischer, Berthold Vöcking, 2005:

On the Evolution of Selfish Routing

Početná „populace agentů“ v síti, každý agent volí jednu z možných cest.

➤ **Dynamika sobeckého směřování**

$$\dot{x}_p = \lambda(x) \cdot x_p \cdot (\bar{l}(x) - l_p(x)),$$

➤ **Stabilita**

Strategie x se nazývá evolučně stabilní, je-li rovnovážná a pro každou nejlepší odpověď y na x platí: $x \cdot l(y) = y \cdot l(y)$.

➤ **Rychlost konvergence**

Jak rychle systém dosáhne rovnovážného stavu nebo stavu blízkého

*Ana L. C. Bazzan, 2005: A Distributed Approach
for Coordination of Traffic Signal Agents*

- ➔ **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW

**Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach
for Coordination of Traffic Signal Agents***

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle

*Ana L. C. Bazzan, 2005: A Distributed Approach
for Coordination of Traffic Signal Agents*

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .

**Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach
for Coordination of Traffic Signal Agents***

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .
- Každý agent má informace pouze o místní dopravní situaci (detektory)
- Omezená komunikace

**Ana L. C. Bazzan, 2005: *A Distributed Approach
for Coordination of Traffic Signal Agents***

- **Potřeba funkční a prostorové decentralizace řízení městské dopravy** $\Leftarrow$ omezení reálným časem, komunikačními možnostmi, nedokonalou „interoperativností“ HW
- **Model:** Křižovatky na dopravních tepnách = agenti, kteří se účastní dynamického procesu, kde jsou v úvahu brány nejen sobecké lokální, ale i globální cíle
- **Agent** při plnění úkolů jedná nezávisle, shromažďuje a zpracovává data, plánuje, uskutečňuje plány, . . .
- Každý agent má informace pouze o místní dopravní situaci (detektory)
- Omezená komunikace
- **I bez centrální autority může systém dospět ke koordinaci – i když to bude trvat určitý čas**

MODEL:

Každý **agent** $i \in Q = \{1, 2, \dots, n\}$ hraje hru G dvou hráčů proti každému agentu-sousedství $j \in N_i$; hráč n je „příroda“

Množina strategií agenta $i : A_i = \{a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}\}$

Výplatní funkce: $u_i : A_1 \times \dots \times A_n \rightarrow \mathbb{R}$

Smíšená strategie: $p_i = (p_{i,1}, \dots, p_{i,k}, \dots, p_{i,m})$,

$$p_{i,k} \geq 0, \quad p_{i,1} + \dots + p_{i,m} = 1$$

S_i – množina všech smíšených strategií agenta i

$$S = S_1 \times \dots \times S_n$$

Začátek: „příroda“ (dopravní tok) určí výplatní funkce všech agentů

V čase t agent i zvolí strategii a obdrží výplatu = součet výplat získaných v hrách s každým ze sousedů $\rightarrow$ v následujícím období aktualizuje strategii v závislosti na výplatě

Období změny stavu

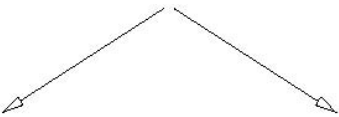
Lokální změna v čase $t = \rho$ na křižovatce i

$\Rightarrow$ agent i aktualizuje smíšenou strategii p_i v závislosti na toku vozidel $q_{i,k}$ měřeném na každém z detektorů k :

$$p_{i,t} = (p_{i,1,t}, \dots, p_{i,m,t}) = \left[\frac{q_{i,1,t}}{\sum_k q_{i,k,t}}, \dots, \frac{q_{i,m,t}}{\sum_k q_{i,k,t}} \right]$$

Období výplat

Globální změna $\implies$ změna výplatních funkcí



Q1

	s1	s2
s1	a1 / a1	c / c
s2	c / c	b1 / b1

Q2

	s1	s2
s1	a2 / a2	c / c
s2	c / c	b2 / b2

$$a_1 > b_1, c \quad b_1 > c,$$

$$b_2 > a_2, c \quad a_2 > c,$$

Rovnovážné body: (s_1, s_1) , (s_2, s_2) , (p_1, p_1) , (p_2, p_2)

$$p_1 = \left(\frac{b_1}{a_1+b_1}, \frac{a_1}{a_1+b_1} \right), \quad p_2 = \left(\frac{b_2}{a_2+b_2}, \frac{a_2}{a_2+b_2} \right)$$

Období učení

V těchto obdobích mají agenti čas na učení, jak měnit strategie, aby se zkoordinovali a směřovali ke globálnímu cíli (období nastávají náhodně s četností určenou pro daný model)

Aktualizace smíšených strategií:

$$p_i = \left(\frac{\pi_{i,1,\Delta}}{\sum_k \pi_{i,k,\Delta}}, \dots, \frac{\pi_{i,m,\Delta}}{\sum_k \pi_{i,k,\Delta}} \right), \quad 1 \leq k \leq m, \quad a_{i,k} \in A_i$$

$$\pi_{i,k,t} = \lambda \cdot \pi_{i,k,t}^* + (1 - \lambda) \cdot \bar{\pi}_{i,k,\Delta}$$

λ – paměťový faktor, $0 < \lambda < 1$

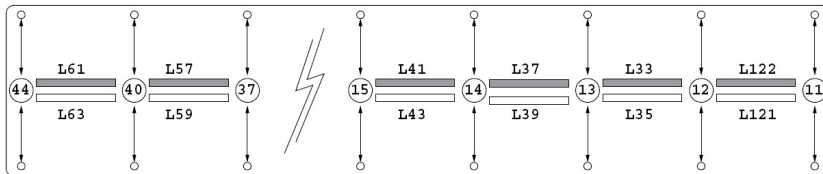
poslední období změny stavu před $0 \dots t = \rho < 0$

interval učení $\dots \Delta = (\delta, 0)$

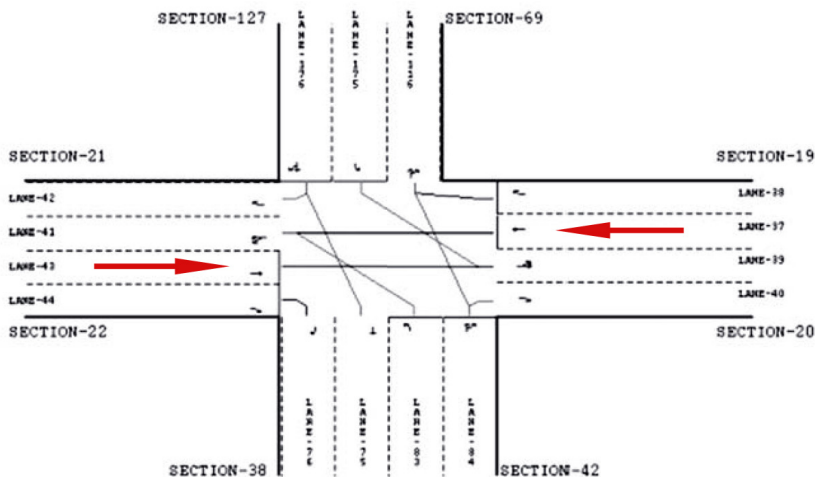
výplata získaná jednáním $a_{i,k}$ před $t \dots \pi_{i,k,t}^*$

průměrná výplata získaná jednáním $a_{i,k}$ během $\Delta \dots \bar{\pi}_{i,k,\Delta}$

Simulace



NODE-14



Agent 15

Agent 14

	s_{PW}	s_{PE}
s_{PW}	(2, 2) ← (0, 0)	
s_{PE}	(0, 0) → (1, 1)	

Agent 15

Agent 14

	s_{PW}	s_{PE}
s_{PW}	1 1 ← 0 0	
s_{PE}	0 0 → 2 2	

Experiment A

Výplatní funkce odráží globální cíle

sledování závislosti na četnosti intervalů učení

stacionární stav dosažen ve většině simulovaných situací,
uspokojivý čas

Experiment B

Výplatní funkce odráží jen lokální cíle

čas potřebný k dosažení stejných výsledků je delší než v A

Experiment C

Komunikace a přenos informací mezi sousedy

Čas potřebný k dosažení koordinace je delší než bez komunikace

Srovnání s centrálním řízením dopravy

centrální řízení vede k lepším výsledkům v případech, kdy tok vozidel je v jednom směru výrazně vyšší než v druhém

Srovnání s centrálním řízením dopravy

centrální řízení vede k lepším výsledkům v případech, kdy tok vozidel je v jednom směru výrazně vyšší než v druhém

jinak vítězí navržený decentralizovaný systém