

HRY V EXPLICITNÍM TVARU – PŘÍKLADY

Příklad 1. Hra Nim

Dva hráči mají před sebou dvě hromádky, z nichž každá se skládá ze dvou fazolí. Hráč označený jako 1 musí vzít z jedné hromádky jednu nebo dvě fazole. Odebrané fazole se do hry nevracejí. Potom je na tahu hráč 2. Ten opět musí vzít z jedné (neprázdné) hromádky jednu nebo dvě fazole, které se nevracejí. Pak je na řadě hráč 1 se stejnými možnostmi atd. Prohrává ten hráč, který musí vzít ze hry poslední fazoli.

Kdybyste si mohli vybrat, jestli budete začínat, či hrát jako druhí, pro co se rozhodnete?

Příklad 2. Hra Nim – obměna

V předchozím příkladu uvažujme tři hromádky místo dvou, přičemž je opět každá tvořena dvěma fazolemi, pravidla hry zůstávají stejná. Pro kterého hráče existuje vítězná strategie?

Příklad 3. Hlasování o platech

Tři zákonodárci hlasují o tom, zda mají zvýšit své platy. Všichni tři si zvýšení přejí, zároveň však každého z nich v případě hlasování "pro" čeká ztráta u voličů v hodnotě c . Prospěch ze zvýšení b převyšuje ztrátu c , $b > c$.

Hlasují-li postupně a veřejně, je lepší volit jako první nebo jako poslední? Kdo volí jako poslední, vidí, jaká je situace a může případně rozhodnout o tom, zda zvýšení projde či nikoli. Je to tedy nejvýhodnější?

Příklad 4. Dvoukolová volba do výboru

Martin, Petr a Pavel jsou členy výboru velmi exkluzivní Společnosti burzovních makléřů. Závěrečným bodem jednoho jejich dopoledního jednání je návrh, aby Alice byla přijata za nového člena. V návrhu chyběla zmínka o jiném možném kandidátovi, Davidovi, a tak se objevil pozměňovací návrh, aby Alice byla nahrazena Davidem. Podle jednacích pravidel je třeba hlasovat nejprve o pozměňovacím návrhu, tj. má-li David nahradit Alici. Potom se hlasuje o tom, zda bude vítěz přijat, či zda nebude přijat nikdo.

Preference jednotlivých členů výboru jsou následující:

Pořadí	Martin	Petr	Pavel
1.	Alice	Nikdo	David
2.	Nikdo	Alice	Alice
3.	David	David	Nikdo

Příklad 5. Sofistikovaná volba v různých soudních systémech

Uvažujme tři právní systémy, v nichž vždy rozhodují tři soudci:

1. **Status Quo** (používaný např. v USA): Nejprve se rozhoduje o vině či nevině obžalovaného, v případě viny se dále rozhoduje o trestu.
2. **Římská tradice**: Po předložení důkazů se začne s hlasováním sestupně od nejprísnejšího trestu k nejmírnějšímu, popř. k propuštění (např. zda uložit trest smrti; pokud ne, zda doživotí, atd.).
3. **Mandatorní systém**: Nejprve se určí trest pro daný zločin, pak se určí, zda má být obžalovaný uznán vinným.

Uvažujme pro jednoduchost tři možné výsledky, trest smrti, doživotní vězení, propuštění, a následující preference jednotlivých soudců:

Pořadí	Soudce <i>A</i>	Soudce <i>B</i>	Soudce <i>C</i>
1.	Trest smrti	Doživotí	Propuštění
2.	Doživotí	Propuštění	Trest smrti
3.	Propuštění	Trest smrti	Doživotí

Příklad 6. Stackelbergův model duopolu

Na trhu působí dvě firmy vyrábějící identické produkty: firma 1 a firma 2. Firma 1 volí množství $q_1 \geq 0$, firma 2 pozoruje q_1 a následně zvolí své množství q_2 . Výsledný zisk firmy i je

$$\pi_i(q_1, q_2) = q_i[p(q) - c_i],$$

kde $q = q_1 + q_2$, $p(q) = A - q$ je tržní cena, za kterou se prodá veškerá produkce q , c_i značí náklady firmy i .

Nalezněte optimální strategie obou firem.