

## UKÁZKA ZKOUŠKOVÝCH PŘÍKLADŮ

Za každý z následujících příkladů je možné získat dva body.

Hodnocení:

A	aspoň 9
B	8
C	7
D	6
E	5

(K získání A tedy stačí spočítat pět příkladů s drobným nedostatkem.)

## VARIANTA 1 – ukázka

1. V jisté rekreační oblasti jsou dva hotely: U Krále a U Libuše. Oba hotely mají stejnou kapacitu, celková kapacita dvojnásobně převyšuje poptávku (všichni hosté mohou bydlet jen v jednom z nich). Až na vzácné a zanedbatelné výjimky pocházejí hosté z Německa, Polska a České republiky. Management každého z hotelů má prostředky na reklamní kampaň v jedné z uvedených zemí. Účinnost reklamní kampaně je u obou hotelů stejná. Pokud v zemi vede kampaň pouze jedna firma, pak získá všechny návštěvníky z této země a tím i následující zisk: v případě Německa 20 milionů, v případě Polska 16 milionů a v případě České republiky 14 milionů. Vedou-li v zemi kampaň obě firmy, anebo nevede-li kampaň žádná z nich, získá každá polovinu uvedeného zisku. Určete optimální strategie pro obě firmy.
2. Ve hře s následující dvojmatricí eliminujte všechny dominované strategie. Potom graficky znázorněte reakční křivky obou hráčů a nalezněte všechny rovnovážné body.

		Hráč 2		
		Strategie	C	D
Hráč 1	A	(2, 1)	(0, 3)	(-2, -1)
	B	(1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

3. Hru z druhého příkladu uvažujte jako kooperativní a nalezněte její řešení (arbitrážní bod).
4. Nalezněte řešení antagonistické hry určené maticí

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Uvažujme následující situaci: pozemek na okraji obce Pozořice je v současné době určen pro zemědělské účely. Pro farmáře, který jej vlastní, představuje hodnotu 10 mil. Kč (tato hodnota odpovídá součtu současných hodnot všech očekávaných zisků ze zemědělské produkce). O pozemek by měl zájem výrobce startérů do automobilů montovaných v Čechách, který si jej jako pozemku pro novou výrobní halu cení na 20 mil. Kč, a dále developer, který by jej použil na výstavbu rodinných domů a pro kterého představuje hodnotu 30 mil. Kč.

Nalezněte charakteristickou funkci, imputace a libovolné řešení (zvete si jádro, Shapleyho hodnotu nebo nukleolus).

6. Nalezněte maximum účelové funkce  $f(x) = 2x_1 + x_2$  za podmínek

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

## VARIANTA 2 – ukázka

1. Nalezněte rovnovážný bod ve hře dané dvojmaticí (postup zdůvodněte):

		Hráč 2		
		Strategie	D	E
Hráč 1	A	(0, 3)	(0, 3)	(3, 5)
	B	(3, 1)	(3, 0)	(4, 2)
	C	(0, 1)	(2, 0)	(2, 0)

Které strategie jsou ve hře dominované a které jsou příslušné dominující strategie?

2. Situaci na trhu s ropou uvažujme jako duopol, kde na jedné straně stojí státy, které jsou členy OPEC a na druhé ostatní, které těží a prodávají ropu, ale v OPEC nejsou. Předpokládejme, že náklady na produkci jednoho barelu ropy jsou pro státy OPEC 5 dolarů, pro nečlenské státy 10 dolarů. Cena za barel je podle chování trhu dána vztahem

$$P = 165 - \frac{q_O + q_N}{2},$$

kde  $q_O$ ,  $q_N$  značí denní produkci v milionech barelů států z OPEC a států ostatních.

Vyjádřete zisk obou duopolistů v milionech dolarů, nalezněte a graficky znázorněte reakční křivky (nejlepší odpovědi) a nalezněte rovnovážné strategie a odpovídající cenu ropy.

3. Nalezněte řešení kooperativní hry dvou hráčů s nepřenosnou výhodou (arbitrážní bod a odpovídající společnou strategii), danou následující dvojmaticí:

$$M = \begin{pmatrix} (2,1) & (0,3) & (-2,-1) \\ (1,1) & (1,-1) & (0,0) \end{pmatrix}.$$

4. Nalezněte řešení antagonistické hry určené maticí

$$M = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Uvažujme tři firmy, které plánují postavit nový most, jehož cena je  $C = 30$  milionů korun. Jednolivé firmy jsou ochotny zaplatit maximálně následující částky:  $u_1 = 24$ ,  $u_2 = 6$ ,  $u_3 = 18$  milionů, které odpovídají jejich užitku z nového mostu (úspora času, pohonných hmot při dopravě apod.).

Nalezněte charakteristickou funkci a imputace a libovolné řešení (zvete si jádro, Shapleyho hodnotu nebo nukleolus). Jak by se podle tohoto řešení měly náklady rozdělit mezi firmy?

6. Nalezněte minimum účelové funkce  $f(x) = x_1 + 4x_2$  za podmínek

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\geq 1 \\ 3x_1 + x_2 &\geq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$