

Zadání P2 ke zkoušce z předmětu Matematické algoritmy

16. ledna 2009

Eulerova funkce totient $\phi(n)$

Pro Eulerovu funkci totient platí mimo jiné:

- $\phi(p) = p - 1$ pro libovolné prvočíslo p
- $\phi(p \cdot q) = (p - 1)(q - 1)$ pro libovolná prvočísla p a q
- $\phi(n) = n \cdot \prod_{p|n} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$ pro $n \in \mathbb{N}$ a p prvočísla, která dělí n
- $\phi(p^k) = (p - 1) \cdot p^{k-1}$ pro prvočíslo p a přirozené číslo k
- Eulerova věta, jež tvrdí, že pro nesoudělná přirozená čísla a a n platí $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

Váš úkol:

- určete, pro které hodnoty n je $\phi(n)$ liché číslo,
- navrhnete algoritmus výpočtu $\phi(n)$
- detailně popište kroky algoritmu při výpočtu $\phi(20)$
- určete asymptotickou složitost navrženého algoritmu